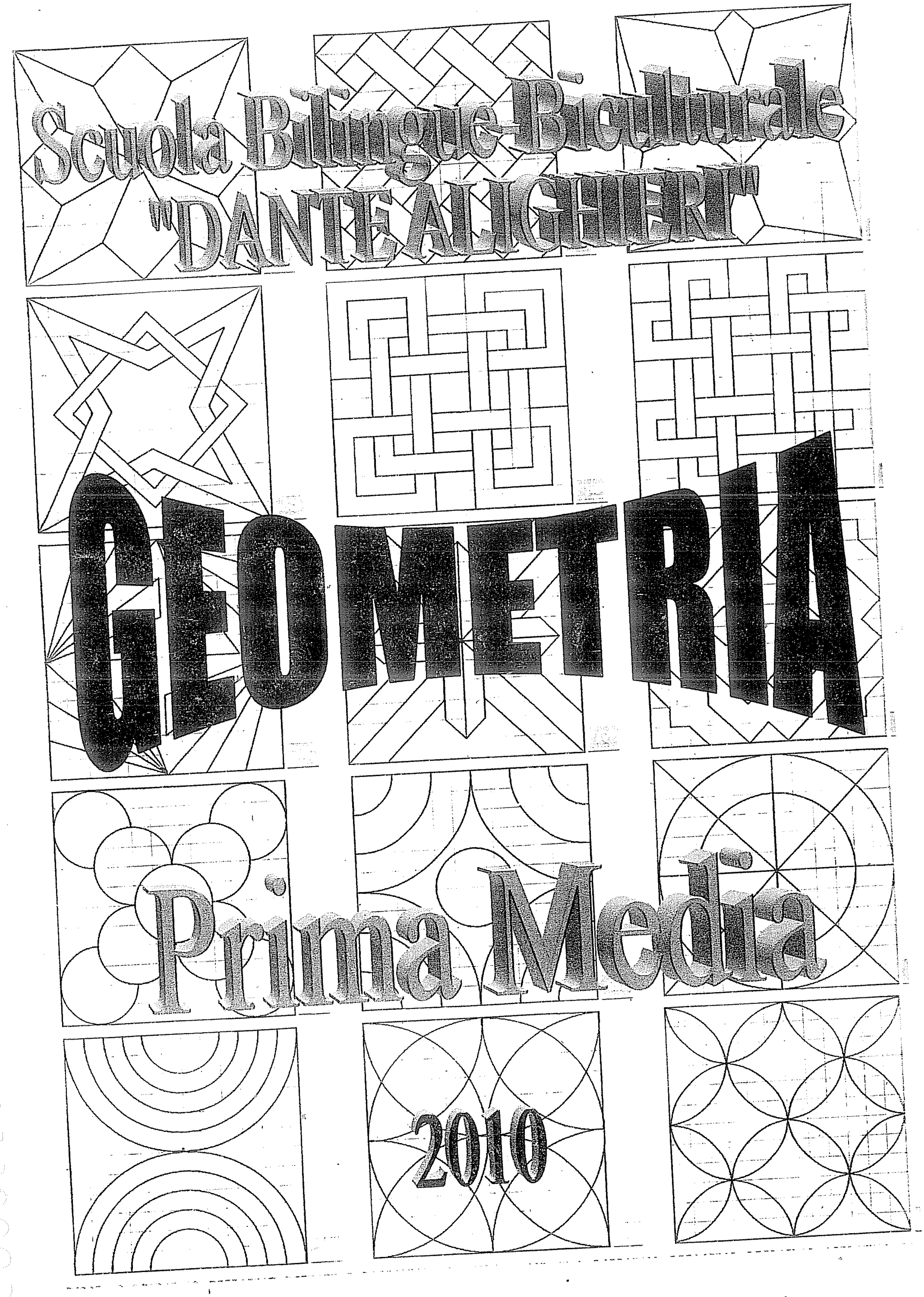


Scuola Bilingue-Biculturale "DANTE ALIGHIERI"

GEOMETRIA

Prima Media

2010

PRIMA PARTE

Contenuti di Geometria per la Prima Media

me prestos [illegible] Tra

CAPITOLO 1

Gli insiemi

PREREQUISITI • Capacità di astrarre dalla realtà per dedurre i concetti fondamentali della geometria.

OBIETTIVI • Acquisire la conoscenza degli elementi fondamentali della geometria. • Approfondire i concetti di punto, linea, superficie e solido.

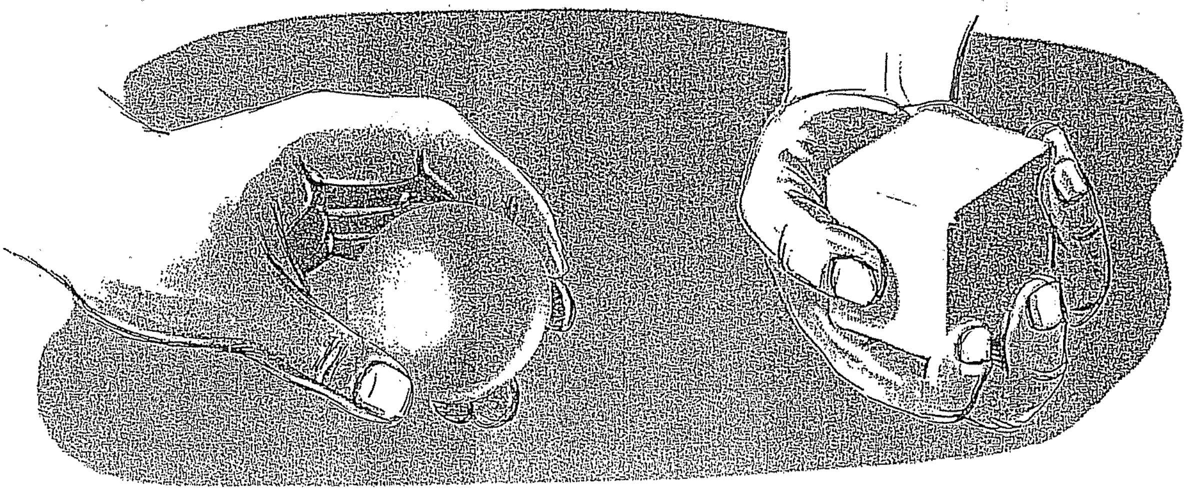
Esercizi da pag. 169 a pag. 181

1.1 La geometria

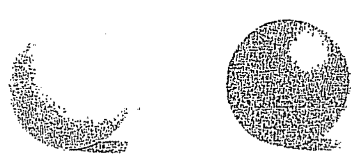
Quanto pesa il tuo zainetto? Di che colore sono quelle panchine? Qual è la forma di questo libro? Qual è l'estensione del tuo pallone?

I corpi che ci circondano si distinguono l'uno dall'altro per varie caratteristiche, fra le quali la materia da cui sono costituiti, il peso, il colore, la forma, l'estensione, ecc.

Se con due pezzi di plastilina, aventi lo stesso peso, si modellano una pallina ed un cubetto, si osserva che i due corpi hanno la *stessa estensione* (in quanto occupano parti uguali di spazio), *ma forma diversa.*



Se, invece, si considerano due palline di uguale grandezza, ma costituite da sostanze diverse, ad esempio una di vetro ed una di ottone, si può rilevare che esse hanno un diverso peso, un diverso colore, ma due proprietà comuni: la forma sferica e l'estensione.



Le palline hanno la stessa forma e la stessa estensione

La geometria si occupa soltanto di queste due proprietà dei corpi, forma ed estensione, trascurando tutte le altre proprietà come il peso, il colore, ecc. Per la geometria, quindi, non ha alcun interesse la materia che costituisce i corpi e per questa circostanza appare logico parlare non di corpi, ma di figure geometriche o anche semplicemente di figure.

Si dice *geometria* la scienza che studia la forma e l'estensione delle figure.

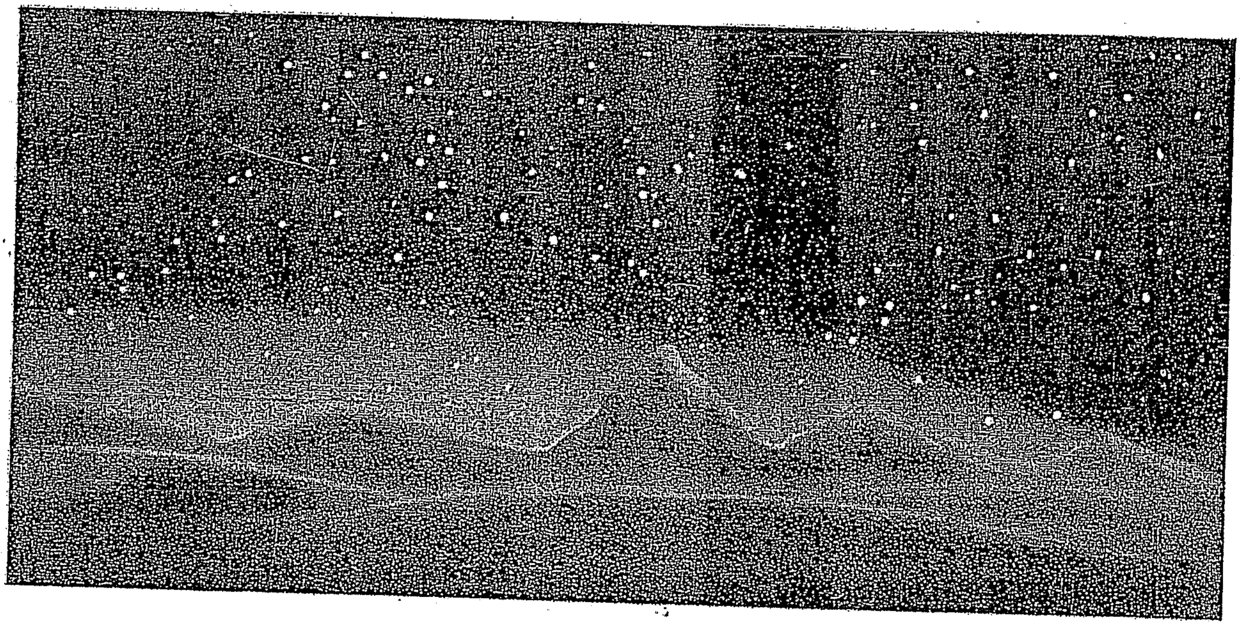
Il vocabolo *geometria* deriva dal greco e significa *misurazione dei terreni*.
Saranno esaminate le più comuni figure geometriche, cioè *i punti, le superfici* ed *i solidi*.

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

1.2 Punti

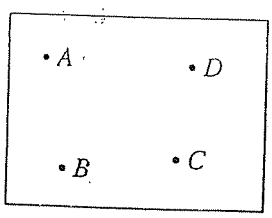
L'idea di **punto** ci è suggerita dal segno lasciato dalla punta della matita o dal forellino praticato con un sottile spillo su un foglio di carta, da una stella lontanissima, ecc.

Questi esempi danno soltanto immagini *intuitive* del punto, che è la figura geometrica più semplice.



In realtà *il punto geometrico non ha dimensioni, essendo privo di estensione, ma ha una sua posizione nello spazio.*

Per distinguere i punti l'uno dall'altro, si ricorre alle lettere maiuscole del nostro alfabeto A, B, C, D, ...; si dice, quindi, *punto A*, *punto B*, *punto C*, ...



Due punti che occupano la stessa posizione si dicono *coincidenti*. Per indicare che due punti coincidono si scrive:

$$P \equiv Q$$

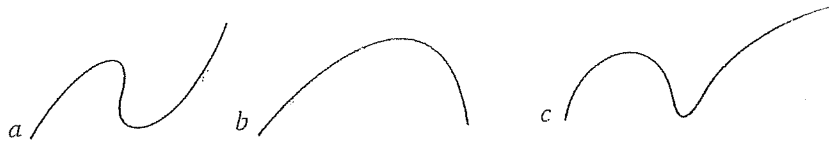
e si legge: «*il punto* P *coincide con il punto* Q».

1.3 Linee

L'idea di **linea** è suggerita dalla sottile traccia lasciata dalla punta di una matita che scorre su un foglio di carta, da un sottile filo comunque disposto, ecc. Tale idea è intuitiva, ma imperfetta, perché *la linea geometrica è priva di larghezza e di spessore, ma è caratterizzata da posizione, lunghezza e forma.* Le linee si indicano solitamente con le lettere minuscole a, b, c, ... Si dice, quindi, *linea a, linea b, ...*

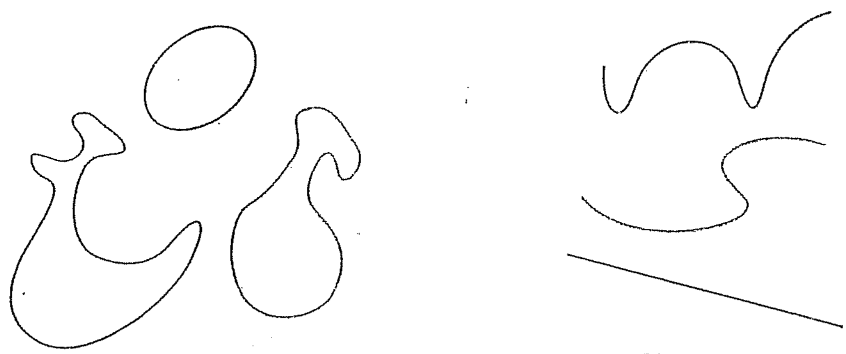
Esercizi

1



Su ogni linea si possono individuare quanti punti si vogliono; infatti *ogni linea è un insieme infinito e continuo di punti.*

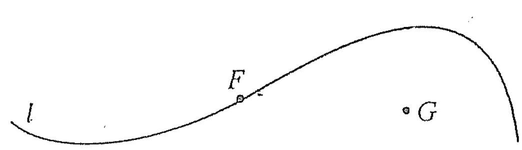
Una linea si dice *chiusa* se, percorrendola sempre nel medesimo verso a partire da un punto qualsiasi, si ritorna al punto di partenza; si dice, invece, *aperta* in caso contrario. Un filo di ferro, i cui estremi sono congiunti, fornisce l'idea di linea chiusa; in caso contrario si ha un esempio di linea aperta.



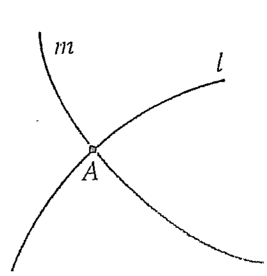
Linee chiuse *Linee aperte*

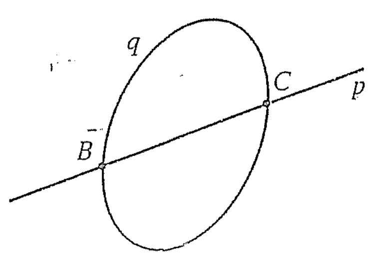
Con riferimento al disegno, si osserva che il punto F appartiene alla linea l, mentre il punto G non appartiene ad essa. Per indicare ciò, si ricorre alle scritture:

$F \in l \qquad G \notin l$



Due linee possono avere uno o più punti in comune; in tal caso si dice che esse *si intersecano in quei punti* ed i punti comuni si dicono *punti di intersezione delle due linee.*





Nel caso considerato si ha che le linee l ed m si intersecano in A e che le linee p e q si intersecano in B e C; usando la simbologia degli insiemi, si può scrivere:

$$l \cap m = \{A\} \qquad p \cap q = \{B, C\}$$

1.4 Superfici

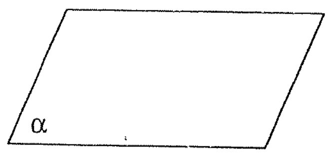
Esercizi da pag. 169 a pag. 181

1

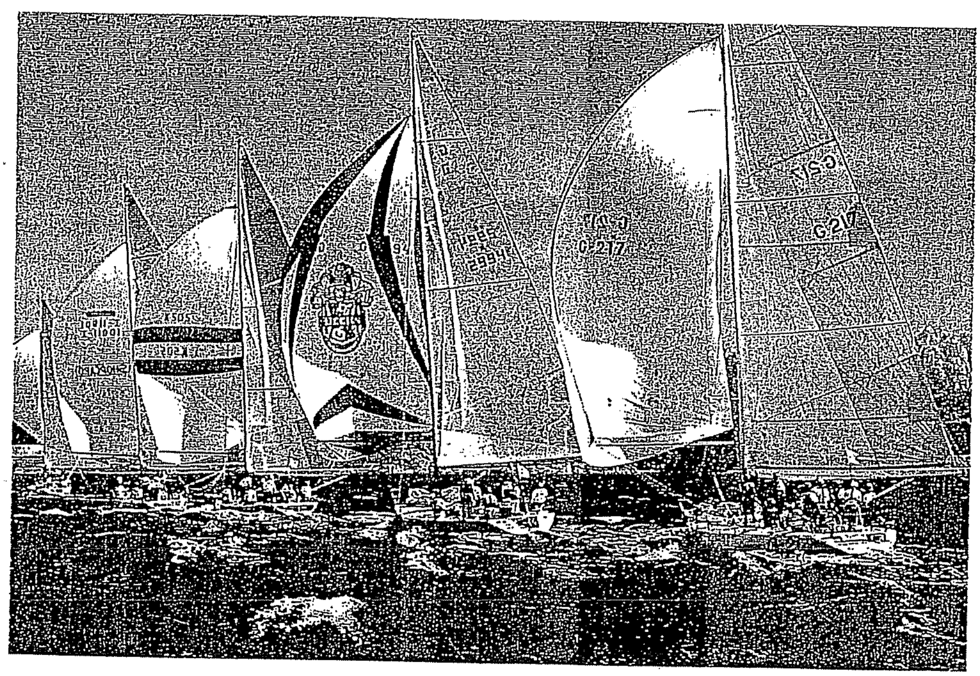
Un foglio di carta, una sottile lamiera, la pellicola che limita una bolla di sapone forniscono l'idea di **superficie**. Anche in questo caso si tratta di modelli imperfetti: ad esempio, la sottilissima pellicola della bolla di sapone ha pur sempre un certo spessore, mentre *la superficie geometrica è priva di spessore, ma è caratterizzata da posizione ed estensione*. Generalmente le superfici vengono indicate con le lettere minuscole dell'alfabeto greco: α (*alfa*), β (*beta*), γ (*gamma*), δ (*delta*), ...

Fra le superfici ha una particolare importanza la **superficie piana** o più semplicemente **piano**. L'idea di piano è suggerita dalla superficie dell'acqua stagnante, dal pavimento di una stanza, ecc. Si tratta evidentemente di immagini molto imperfette, perché il piano geometrico è esteso illimitatamente in tutti i sensi, mentre le superfici degli esempi considerati sono limitate. Non si può, quindi, rappresentare un piano, ma solo una parte di esso mediante una figura convenzionale come quella del disegno.

Piano α



Ogni superficie non piana si dice **curva**. Sono, ad esempio, superfici curve quelle che delimitano una bolla di sapone, una palla, una vela gonfiata, ecc.

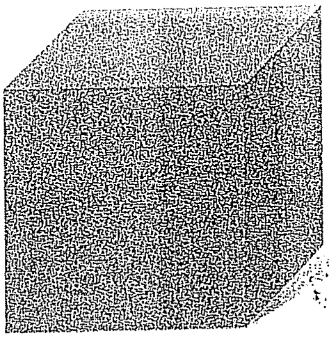


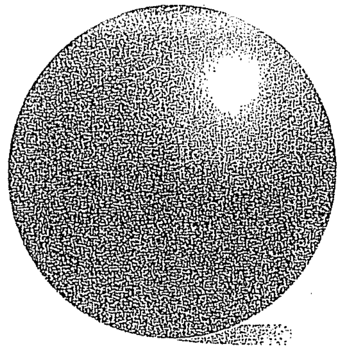
La vela gonfiata dal vento suggerisce l'idea di superficie curva, cioè non piana

1.5 Solidi

Gli oggetti finora esaminati non sono altro che modelli imperfetti di **solidi geometrici**; per questi ultimi, infatti, si tiene conto soltanto della *forma* e dell'*estensione*, trascurando ogni altra proprietà (peso, colore, materia, ecc.). In altre parole, quando si parla di solidi geometrici si intende considerare soltanto lo spazio da essi occupato e le superfici che li delimitano. Sono esempi di solidi il cubo e la sfera.

Esercizi da pag. 169 a pag 181





Gli enti geometrici fondamentali: punto, retta e piano

Al grande matematico Euclide, vissuto ad Alessandria d'Egitto nel III secolo a.C., si deve il merito di aver riordinato tutte le conoscenze matematiche degli studiosi che lo avevano preceduto e di averle opportunamente completate.

Euclide ci ha tramandato i suoi studi in un trattato chiamato *Elementi*.

La geometria di Euclide si basa sui concetti fondamentali di punto, retta e piano, che vengono comunemente chiamati **enti geometrici fondamentali**.

Tali concetti si dicono **primitivi** perché si suppongono da tutti conosciuti e non si possono definire.

1.6 Geometria piana e geometria solida

Ogni figura geometrica i cui punti appartengono tutti ad uno stesso piano si dice **figura piana**: un triangolo è un esempio di figura piana.

Ogni figura geometrica i cui punti non appartengono tutti ad uno stesso piano si dice **figura solida**: un cubo è un esempio di figura solida.

La *geometria piana* studia le figure piane.
La *geometria solida* studia le figure solide.

Le figure geometriche si considerano **rigide** e cioè **indeformabili**; ciò significa che, spostandole comunque nello spazio, conservano la stessa forma e la stessa estensione.

Uguaglianza geometrica o congruenza

Due figure geometriche si dicono *uguali* se hanno la stessa forma e la stessa estensione.

L'uguaglianza geometrica si dice *congruenza*.

Due figure geometriche F ed F′ che coincidono (F ≡ F′) sono sicuramente congruenti. Anche due figure che si possono far coincidere mediante un *movimento rigido*, che modifica soltanto la posizione delle figure senza deformarle, sono congruenti.

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

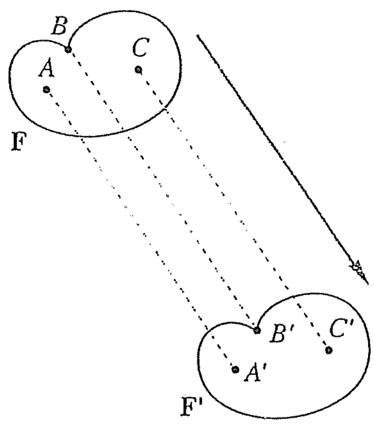
1

Due figure geometriche si dicono *congruenti* se è possibile, mediante un movimento rigido, farle coincidere.

Per indicare che due figure F ed F′ sono congruenti, si scrive:

$F \cong F'$ o più comunemente $\mathrm{F} = \mathrm{F'}$

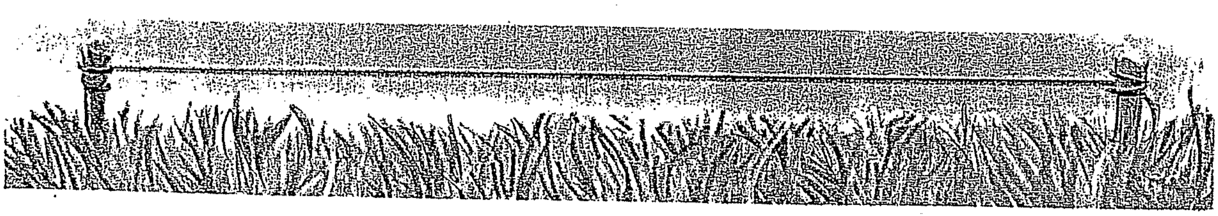
Fra i punti delle due figure congruenti esiste una *corrispondenza biunivoca*: ad ogni punto di F corrisponde un solo punto di F′ e, viceversa, ad ogni punto di F′ corrisponde un solo punto di F. I punti A ed A', B e B', C e C', ... sono corrispondenti nella corrispondenza biunivoca considerata.



F *ed* F' *sono figure congruenti*

1.7 Retta

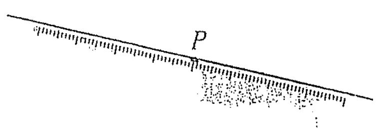
Un filo teso fra due paletti, l'orlo di una riga, un filo a piombo, ecc. ci suggeriscono l'idea di una particolare linea detta **linea retta** o semplicemente **retta**.

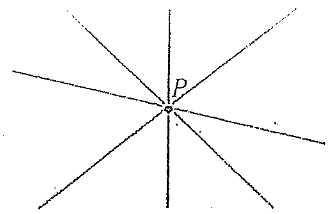


Si tratta anche in questo caso di immagini imperfette della retta geometrica, che non soltanto è priva di larghezza e spessore come tutte le linee, ma è anche *illimitata* in due versi. Non è, quindi, possibile rappresentare una retta, ma sempre e soltanto una parte di essa.

Dato un punto P, per tracciare una retta passante per esso basta disporre la riga in modo che uno dei suoi orli sfiori il punto e poi far scorrere la punta della matita lungo l'orlo stesso. Questa operazione può essere ripetuta un numero infinito di volte, spostando opportunamente la riga.

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

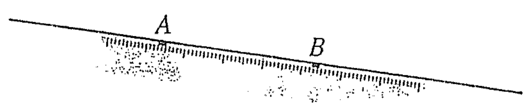




Per un punto passa un numero infinito di rette.

L'insieme delle infinite rette passanti per un punto si dice **fascio di rette.**

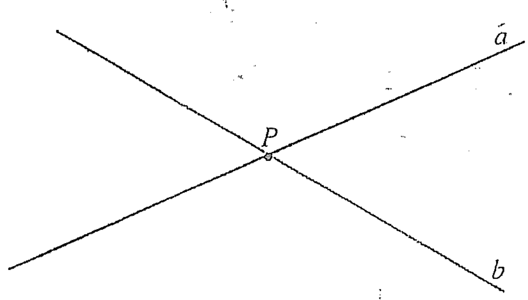
Se si considerano due punti distinti A e B, si può constatare, utilizzando la riga, che esiste una sola posizione secondo la quale essa si può disporre in modo che uno dei suoi orli passi sia per A sia per B; facendo scorrere la punta della matita lungo l'orlo della riga così disposta, si ottiene l'*unica* retta passante per A e per B.



Per due punti distinti passa una sola retta.

Più punti appartenenti ad una stessa retta si dicono **allineati.**

Due rette distinte a e b possono avere un punto in comune P: in tal caso si dicono **incidenti** ed il punto comune si dice **punto di intersezione** delle due rette.



Se due rette hanno più di un punto in comune sono sovrapposte e cioè sono **coincidenti.**

1.8 Semiretta

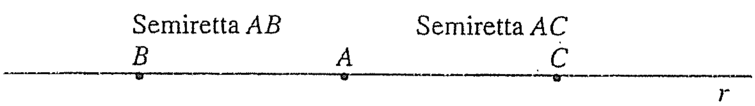
Si consideri su una retta r un punto A; esso divide la retta in due parti illimitate in un solo verso, ciascuna delle quali si dice **semiretta**. Il punto A si considera appartenente a ciascuna delle due semirette e si chiama *origine* di ciascuna delle due semirette.

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

1

Si dice *semiretta* ciascuna delle due parti in cui una retta risulta divisa da un suo punto.

Il punto A è l'**origine** di ciascuna delle due semirette. Una semiretta si indica scrivendo prima la lettera con cui si è indicata l'origine e poi la lettera con cui si è indicato un suo altro punto qualsiasi. Le due semirette indicate nel disegno sono:



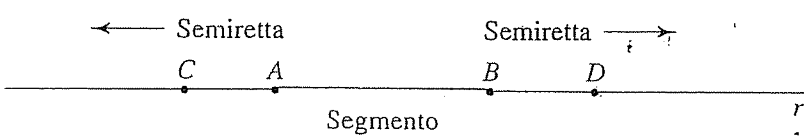
Le due semirette AB ed AC in cui la retta r è rimasta divisa dal suo punto A si dicono semirette **opposte**.

1.9 Segmento

Due punti qualsiasi A e B di una retta r la dividono in tre parti:

— la semiretta AC
— la semiretta BD
— una parte limitata dai punti A e B, che si dice **segmento**.

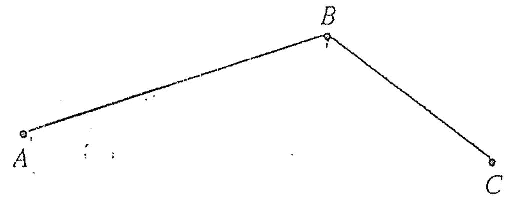
I punti A e B si dicono **estremi** del segmento ed appartengono al segmento stesso.



Si dice *segmento* la parte di retta limitata da due suoi punti che si dicono *estremi* del segmento ed appartengono al segmento stesso.

Per indicare il segmento di estremi A e B si scrive AB.
Allo scopo di evitare possibili confusioni si fa precedere, quando è necessario, la scrittura AB dalla parola *segmento* o *semiretta* o *retta*.

Due segmenti si dicono *consecutivi* se hanno in comune un estremo e nessun altro punto.

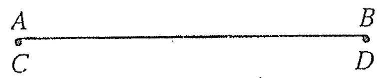


Due segmenti si dicono *adiacenti* se sono consecutivi e se appartengono ad una stessa retta.

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

I segmenti PQ *e* QR *sono adiacenti*

Due segmenti si dicono *coincidenti* se hanno entrambi gli estremi in comune.



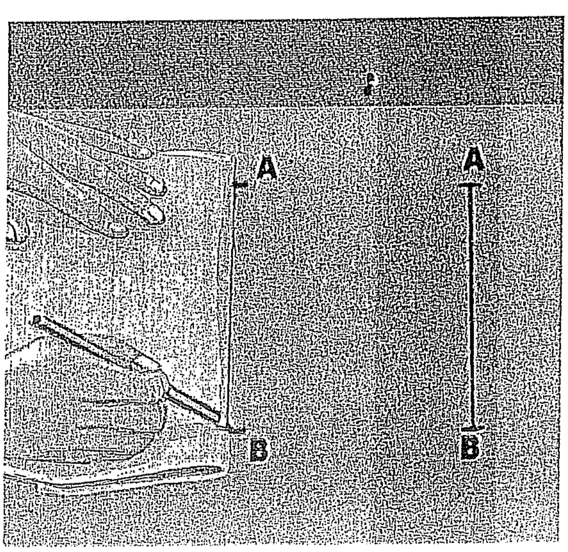
I segmenti AB *e* CD *sono coincidenti*

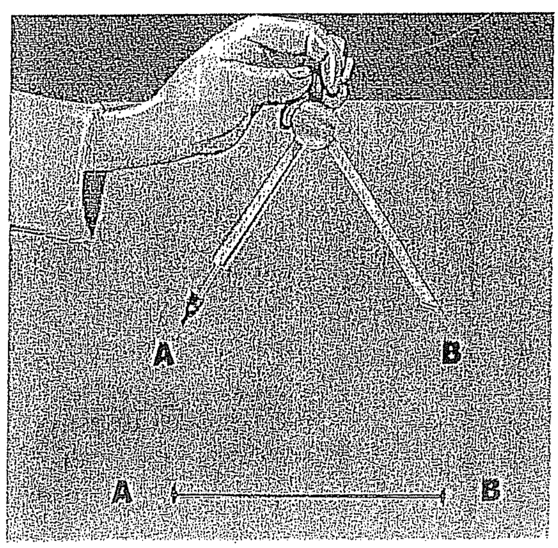
Per indicare che due segmenti AB e CD sono coincidenti si scrive: «$AB \equiv CD$» e si legge: «*il segmento* AB *coincide con il segmento* CD».

Trasporto e confronto di segmenti

Per trasportare un segmento AB da una posizione ad un'altra qualsiasi, si può usare una strisciolina di carta opportunamente piegata, una cartolina oppure più agevolmente si può ricorrere al compasso.

Dato il segmento AB, si fissi l'apertura del compasso in modo che le punte coincidano con gli estremi A e B del segmento. Successivamente, senza variare l'apertura, si dispongano diversamente le punte. Esse individuano gli estremi di un altro segmento $A'B'$, che è la nuova posizione assunta dal segmento AB dopo il trasporto. I segmenti AB ed $A'B'$ sono due diverse posizioni di uno stesso segmento; si possono, quindi, disporre in modo che i loro estremi coincidano: i due segmenti sono uguali, ossia congruenti.





Due segmenti si dicono *congruenti* se si possono disporre in modo che i loro estremi coincidano.

Il trasporto di un segmento viene utilizzato per confrontare due segmenti qualsiasi AB e CD e cioè per stabilire se essi sono congruenti o quale dei due è il maggiore. Basta trasportare il segmento AB su CD in modo che A coincida con C e che B e D si trovino dalla stessa parte rispetto ad A. Si possono avere i seguenti casi:

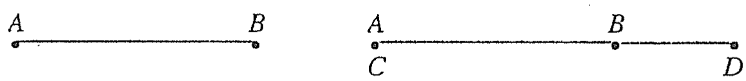
Esercizi da pag. 169 a pag. 181

1° **caso:** l'estremo B del segmento AB coincide con l'estremo D del segmento CD. I due segmenti sono **congruenti** e si scrive:

$AB = CD$

2° **caso:** l'estremo B del segmento AB viene a trovarsi fra C e D e cioè risulta interno al segmento CD. In questo caso AB è **minore** di CD e si scrive:

$AB < CD$

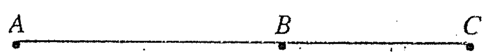


3° **caso:** l'estremo B del segmento AB risulta esterno al segmento CD. In questo caso AB è **maggiore** di CD e si scrive:

$AB > CD$

1.10 Addizione di segmenti

Si dice *somma* di due segmenti adiacenti AB e BC il segmento AC che ha per estremi gli estremi non comuni A e C dei due segmenti dati.

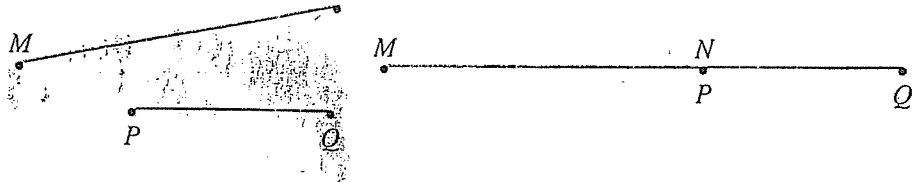


Si scrive:

$AB + BC = AC$

Se i due segmenti MN e PQ, di cui si vuole determinare la somma, non sono adiacenti, si trasportano in modo che risultino adiacenti.

Il segmento MQ è la somma dei due segmenti dati.



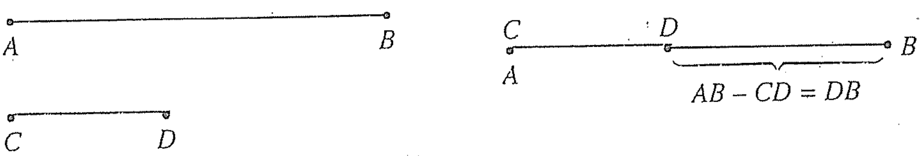
Se i segmenti da addizionare sono più di due, si determina la somma del primo e del secondo, poi la somma del segmento ottenuto e del terzo e così via.

L'operazione con cui si determina la somma di due o più segmenti si dice **addizione di segmenti**.

Sottrazione di due segmenti

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

Dati i segmenti disuguali AB e CD, essendo $AB > CD$, si determini la loro differenza.



Si trasporti il segmento minore CD sul primo, in modo che l'estremo C coincida con A e che gli altri due estremi B e D si trovino da una stessa parte rispetto ad A. L'estremo D risulta interno al segmento AB ed il segmento DB è la differenza dei due segmenti dati. Si scrive:

$$AB - CD = DB$$

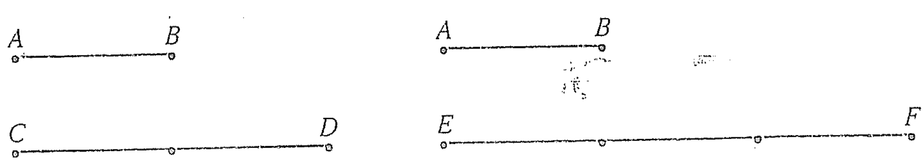
Si osservi che il segmento DB è il segmento che si deve addizionare a CD per ottenere per somma AB, in accordo con quanto è stato studiato in Aritmetica.

Si dice *differenza* di due segmenti, di cui il primo non sia minore del secondo, quel terzo segmento che si deve addizionare al secondo per ottenere il primo.

L'operazione con cui si determina la differenza di due segmenti si dice **sottrazione di due segmenti**.

1.11 Multipli e sottomultipli di un segmento

Se un segmento risulta congruente alla somma di 2, 3, 4, ... segmenti tutti congruenti ad un segmento dato, si dice che il primo risulta **multiplo** dell'altro secondo i numeri 2, 3, 4, ...



Si rileva dal disegno che CD è la somma di due segmenti congruenti ad AB e che EF è la somma di tre segmenti congruenti ad AB. Cioè CD è multiplo secondo 2 del segmento AB ed EF è multiplo secondo 3 del segmento AB. Si può quindi scrivere:

$$CD = 2AB \qquad EF = 3AB$$

A sua volta, si ha che AB è rispettivamente la metà di CD e la terza parte di EF e precisamente che AB è **sottomultiplo** secondo 2 di CD e **sottomultiplo** secondo 3 di EF.

$$AB = \frac{1}{2}CD \qquad AB = \frac{1}{3}EF$$

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

1.11 Punto medio di un segmento

Se si considerano due segmenti adiacenti congruenti AM ed MB, si dice che M è il punto medio di AB.

Si dice *punto medio di un segmento* il punto che divide il segmento in due segmenti congruenti.

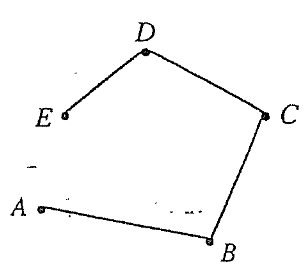
Con riferimento al disegno, si può scrivere:

$$AB = 2AM = 2MB \qquad AM = MB = \frac{1}{2}AB$$

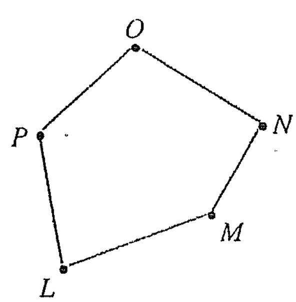
1.12 Spezzate

L'insieme di più segmenti a due a due consecutivi (ma non adiacenti) costituisce una **linea spezzata** o semplicemente **spezzata** a condizione che uno stesso estremo non appartenga a più di due segmenti. I segmenti che formano una spezzata si dicono **lati** della spezzata e gli estremi dei segmenti si dicono **vertici** della spezzata. Una spezzata può essere **aperta** o **chiusa**. La spezzata $ABCDE$ è *aperta*; in essa ciascun vertice, fatta eccezione dei due estremi A ed E, è comune a due lati. Nella spezzata chiusa, invece, ogni vertice è comune a due lati. La spezzata $LMNOP$ è chiusa.

Ogni spezzata si individua leggendo i vertici secondo l'ordine con cui sono disposti.



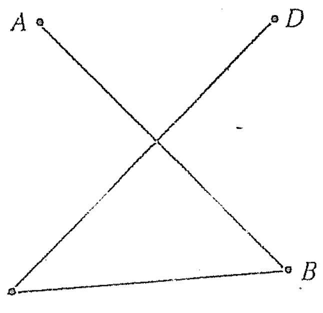
Spezzata semplice aperta ABCDE



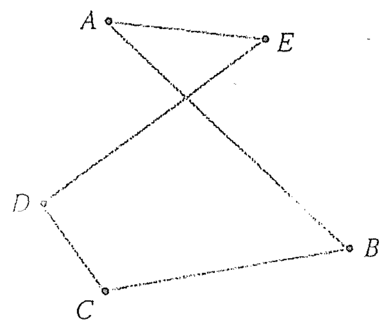
Spezzata semplice chiusa LMNOP

Esistono spezzate **intrecciate**, tali cioè che almeno due lati non consecutivi si intersecano. In altre parole, una spezzata è intrecciata se i suoi lati, oltre ai vertici, hanno uno o più punti in comune.

Una spezzata non intrecciata si dice **semplice**.



Spezzata intrecciata aperta ABCD



Spezzata intrecciata chiusa ABCDE

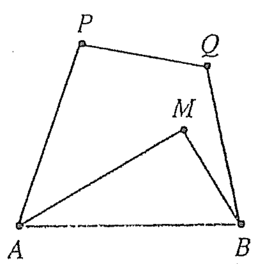
Esercizi da pag. 169 a pag. 181

1

1.13 Distanza fra due punti

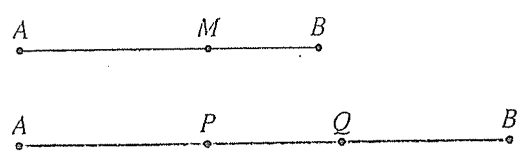
Dati due punti A e B, si consideri il segmento AB e due spezzate aperte qualsiasi AMB ed $APQB$, aventi per estremi A e B. Se si addizionano i lati della spezzata AMB, si può verificare che la somma è maggiore del segmento AB:

$$AM + MB > AB$$



Analogo ragionamento vale per la spezzata $APQB$, la somma dei cui lati è maggiore del segmento AB:

$$AP + PQ + QB > AB$$



Si può, quindi, affermare che la più breve linea che unisce due punti A e B è rappresentata dal segmento AB, che viene chiamato **distanza** fra A e B.

Si dice *distanza* fra due punti A e B il segmento avente tali punti come estremi.

1.14 Misura della lunghezza di un segmento

Misurare la lunghezza di un segmento significa confrontarla con la lunghezza di un altro segmento, scelto come unità di misura, e determinare il numero che indica quante volte la lunghezza del segmento dato contiene l'unità di misura o un suo multiplo o sottomultiplo.

Esercizi da pag. 169 a pag. 181

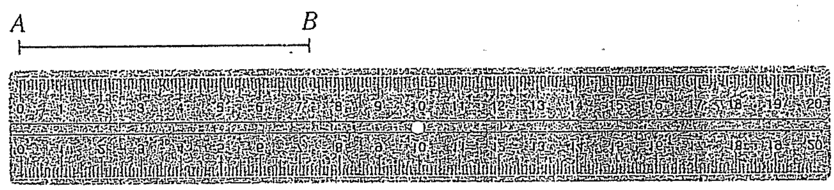
1

Il numero trovato è la misura della lunghezza del segmento considerato o semplicemente la misura del segmento. Misurare un segmento *significa, quindi, misurare la sua lunghezza.*

Se, ad esempio, il segmento AB contiene esattamente quattro volte il segmento CD, scelto come unità di misura, si dice che la misura di AB rispetto a CD è 4 e si scrive:

$$AB = 4CD$$

Come unità di misura dei segmenti si assume generalmente il metro o un suo multiplo o sottomultiplo. In pratica, per misurare i segmenti si usano vari strumenti come la *riga graduata* (riga da disegno lunga quasi sempre 50 cm e recante su un orlo una graduazione in centimetri ed in millimetri), il *doppio decimetro* (così chiamato perché lungo due decimetri; esso ha entrambi gli orli graduati in centimetri ed in millimetri), ecc.



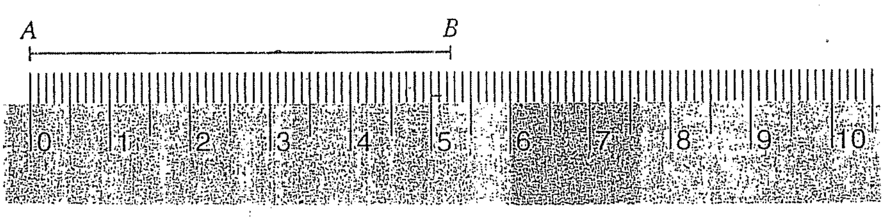
Doppio decimetro

Nel disegno, ad esempio, poiché B è in corrispondenza del terzo trattino dopo il 7, il segmento AB è lungo 7 cm e 3 mm; si scrive, quindi:

$$AB = 7{,}3 \text{ cm} \qquad \text{o anche} \qquad \overline{AB} = 7{,}3 \text{ (cm)}$$

Le scritture considerate pongono in evidenza due situazioni diverse: AB indica il segmento di estremi A e B e cioè una grandezza; $\overline{AB}$ indica un numero e cioè la misura del segmento AB rispetto all'unità di misura scelta, che in questo caso è il centimetro.

Se l'estremo B del segmento AB (disegno riproducente parzialmente una riga graduata) non coincide con alcuna delle suddivisioni in millimetri, ad esempio se si trova fra la seconda e la terza suddivisione in millimetri dopo il quinto centimetro, si dice che i numeri 52 e 53 sono rispettivamente le misure approssimate di AB, la prima *per difetto* e la seconda *per eccesso* a meno di un millimetro; in altre parole, 52 mm e 53 mm differiscono dalla misura di AB per meno di 1 mm.



1

Scheda di verifica

1 4 1. Dite qual è il significato di «geometria» ed indicate di che cosa si occupa tale scienza.

....

....

....

2 2. Rappresentate per elencazione l'insieme C delle consonanti della parola «geometria» e l'insieme V delle vocali della stessa parola.

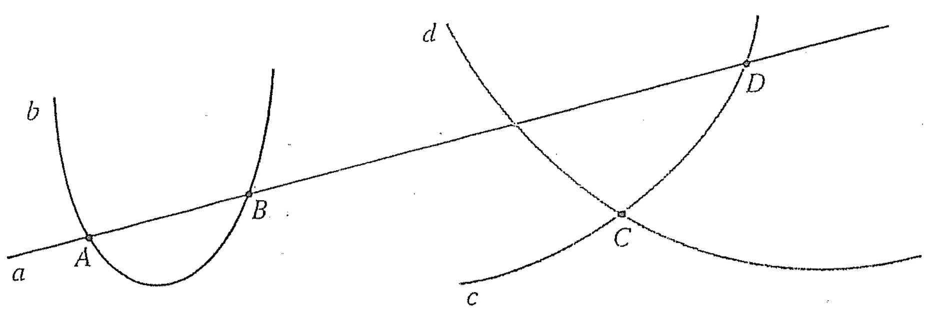
....

....

1 3. Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Per un punto passa un numero infinito di rette.	V	F
b) Per due punti distinti passano due rette.	V	F
c) Una semiretta è illimitata in due sensi.	V	F
d) Tre punti di una retta determinano tre segmenti.	V	F
e) Un segmento ha un solo punto medio.	V	F

2 4. Osservate i punti A, B, C, D e riconoscete a quali delle linee a, b, c, d appartengono.



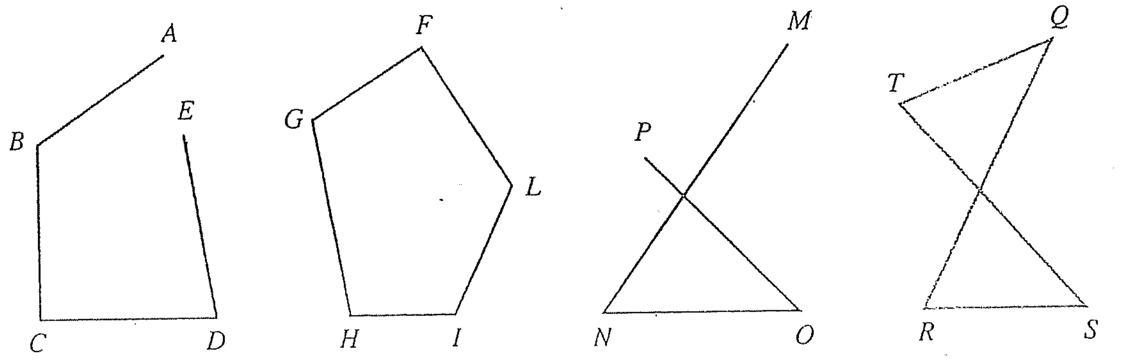
Il punto A appartiene alle linee ....

Il punto B appartiene alle linee ....

Il punto C appartiene alle linee ....

Il punto D appartiene alle linee ....

5. Definite le seguenti spezzate poligonali, indicando se sono aperte o chiuse, se sono semplici o intrecciate.



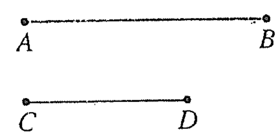
ABCDE è una spezzata ....

FGHIL è una spezzata ....

MNOP è una spezzata ....

QRST è una spezzata ....

6. Dato il segmento AB ed il segmento CD, determinate:



a) la somma $AB + CD$
b) la differenza $AB - CD$
c) il multiplo secondo 3 del segmento CD
d) il sottomultiplo secondo 2 del segmento AB

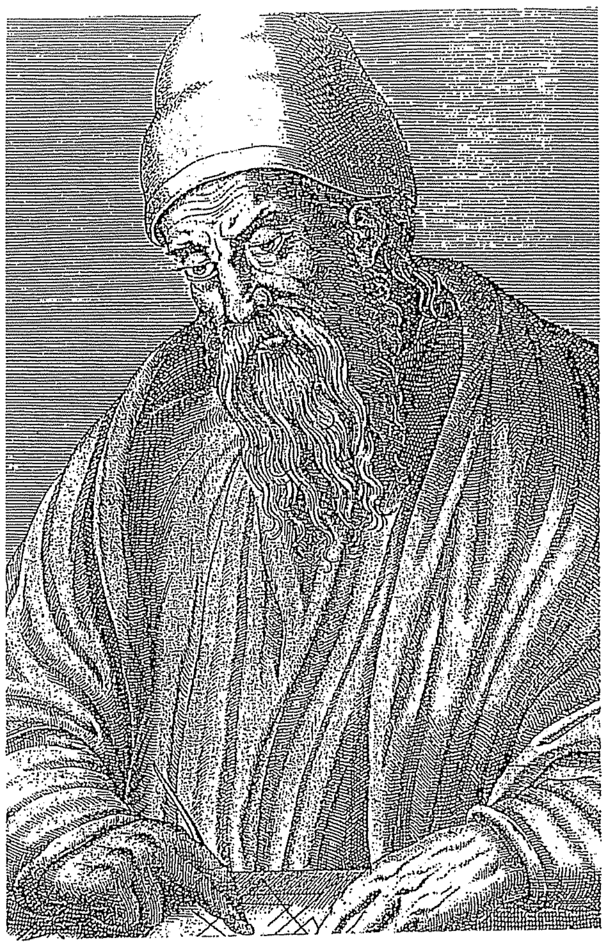
Valutazione della scheda

Criterio		*Numero esercizio*				*Giudizio*				*G.M.*
1	Conoscenza degli elementi specifici della disciplina	1	3							
2	Osservazione di fatti, individuazione e applicazione di relazioni, proprietà, procedimenti	2	4	5						
3	Identificazione e comprensione di problemi, formulazione di ipotesi e di soluzioni	6								
4	Comprensione ed uso dei linguaggi specifici	1	5	6						
Giudizio complessivo										

i protagonisti

Euclide

1

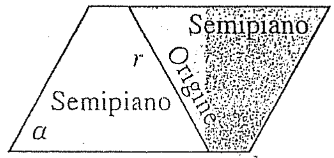


Quasi nulla si sa della vita di Euclide, tranne che era di origine greca, che nacque verso il 330 e morì verso il 275 a.C. Visse a lungo ad Alessandria di Egitto, e vi fondò una scuola di matematica che divenne famosissima.
Euclide fu autore di diverse opere, ma la sua fama si fonda soprattutto sui suoi «Elementi», che contengono una esposizione sistematica delle principali proposizioni della Geometria e della teoria dei numeri.
Il testo degli «Elementi» divenne subito fondamentale per gli studiosi greci ed ancora oggi costituisce la base di tutti i testi scolastici del mondo civile.
Degli «Elementi» si è detto: «il libro più letto al mondo dopo la Bibbia».
L'attualità di Euclide consiste soprattutto nel fatto che la Geometria da noi studiata si chiama Geometria euclidea per distinguerla da quella non euclidea e per le ragioni che saranno chiarite nel capitolo terzo.

2.2 Semipiano

Ogni piano è diviso da una qualsiasi retta appartenente ad esso in due parti, ciascuna delle quali si dice **semipiano**; la retta si dice **origine** di ciascun semipiano e si considera appartenente a ciascuno dei due semipiani.

Esercizi da pag. 182 a pag. 192

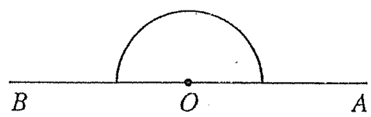


Piano

Si dice *semipiano* ciascuna delle due parti in cui il piano viene diviso da una sua retta, che si dice *origine* di ciascuno dei due semipiani e si considera appartenente a ciascuno di essi.

2.3 Angolo piatto, angolo giro ed angolo nullo

Un angolo si dice *piatto* se i suoi lati sono semirette opposte.

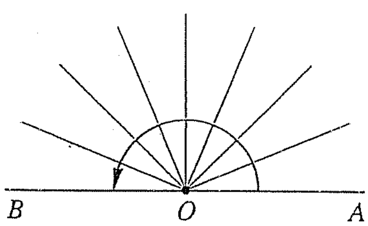


Angolo piatto

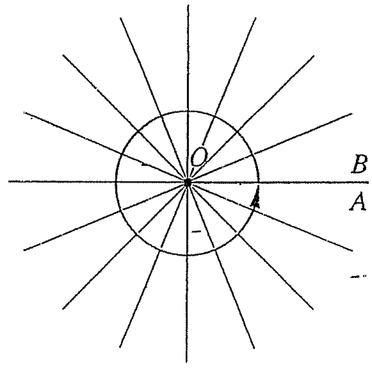
L'angolo piatto non può essere considerato né concavo né convesso, perché i prolungamenti dei suoi lati coincidono con i lati stessi.

L'angolo piatto $\widehat{AOB}$ si può pensare descritto dalla semiretta OA, che ruota intorno all'origine O fino ad assumere la posizione della semiretta opposta OB.

Se la semiretta OA ruota intorno all'origine O fino a sovrapporsi a se stessa (rotazione completa), descrive un angolo costituito da tutti i punti del piano, che si dice **angolo giro**.



Angolo piatto



Angolo giro

Se la semiretta OA non compie alcuna rotazione intorno all'origine O (rotazione nulla), si ha l'angolo **nullo**.

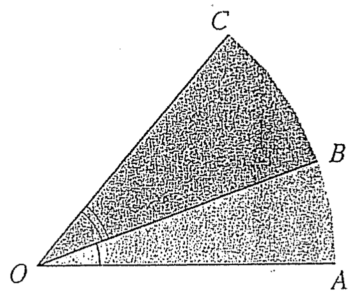
Angolo nullo

Esercizi da pag. 182 a pag. 192

2.4 Angoli consecutivi ed angoli adiacenti

Due angoli si dicono *consecutivi* se hanno in comune soltanto il vertice ed un lato.

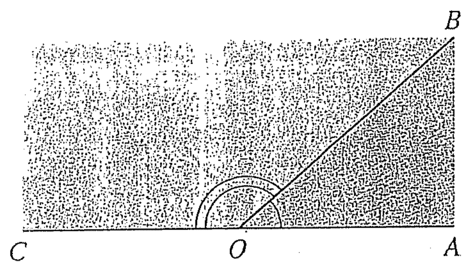
Gli angoli $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$ sono consecutivi.



Angoli consecutivi

Due angoli si dicono *adiacenti* se sono consecutivi e se i lati non comuni sono semirette opposte.

Gli angoli $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$ sono adiacenti.



Angoli adiacenti

2.5 Trasporto e confronto di due angoli

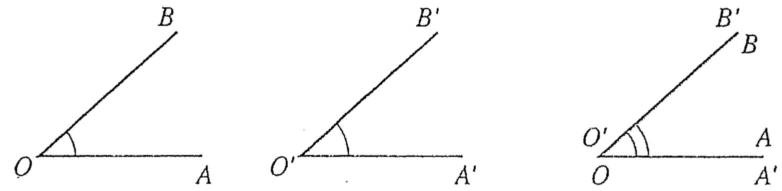
Trasportare un angolo significa costruire un altro angolo congruente a quello dato, ma in una posizione diversa. Per fare ciò si può procedere in vari modi; uno molto semplice consiste nell'usare un foglio di carta trasparente, ricalcando su di esso l'angolo dato. L'angolo costruito sulla carta trasparente si può collocare in un'altra posizione: in tal modo si è effettuato il trasporto dell'angolo.

Esercizi da pag. 182 a pag. 192

2

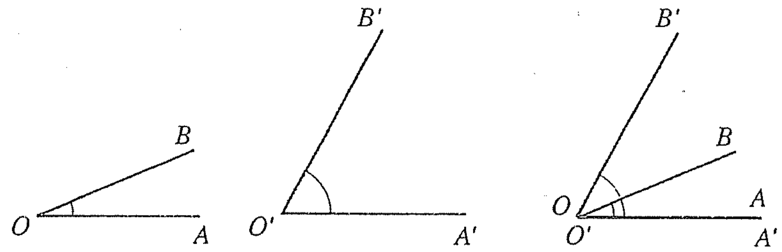
Il trasporto di un angolo consente di confrontare due angoli e cioè di stabilire se due angoli dati sono congruenti o quale dei due è il maggiore. Per confrontare due angoli $\widehat{AOB}$ ed $\widehat{A'O'B'}$ si dispongono in modo che il lato OA coincida con $O'A'$ e che i due angoli si trovino dalla stessa parte rispetto a tale lato. Si possono presentare tre casi.

1° caso: il lato $O'B'$ coincide con OB.



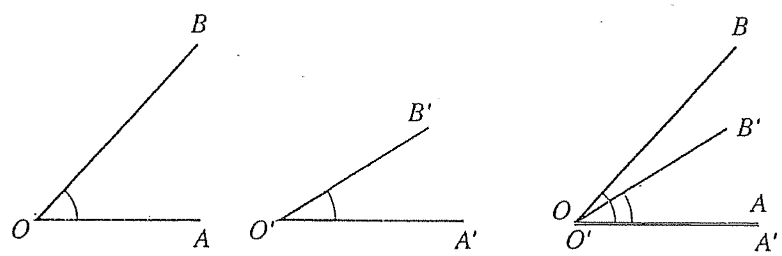
In questo caso i due angoli sono **congruenti** e si scrive $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$.

2° caso: il lato $O'B'$ si dispone esternamente all'angolo $\widehat{AOB}$.



In questo caso l'angolo $\widehat{AOB}$ è **minore** dell'angolo $\widehat{A'O'B'}$ e si scrive $\widehat{AOB} < \widehat{A'O'B'}$.

3° caso: il lato $O'B'$ si dispone internamente all'angolo $\widehat{AOB}$.

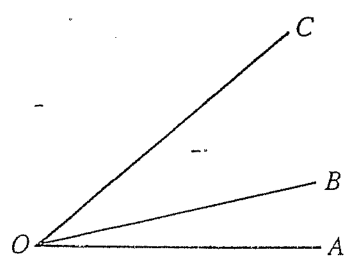


In questo caso l'angolo $\widehat{AOB}$ è **maggiore** dell'angolo $\widehat{A'O'B'}$ e si scrive $\widehat{AOB} > \widehat{A'O'B'}$.

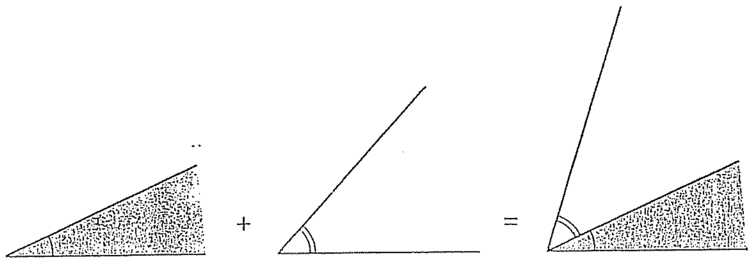
2.6 Addizione di angoli

La **somma** di due angoli consecutivi $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$ è l'angolo $\widehat{AOC}$ avente per lati i lati non comuni dei due angoli dati e contenente il lato comune. Si è così eseguita l'addizione dei due angoli e si può scrivere:

$$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC}$$



Se i due angoli, di cui si vuole determinare la somma, non sono consecutivi, si dispongono in modo che risultino consecutivi, trasportando uno di essi.



Esercizi da pag. 182 a pag. 192

Per determinare la somma di tre o più angoli, si determina la somma del primo e del secondo, poi la somma dell'angolo ottenuto e del terzo e così via.

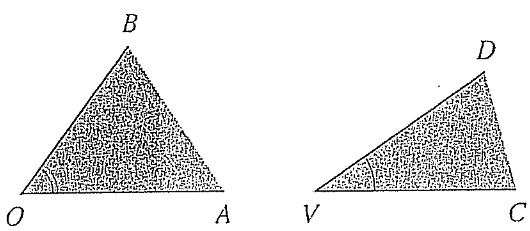
Risulta evidente che:

La somma di due angoli adiacenti è un angolo piatto.

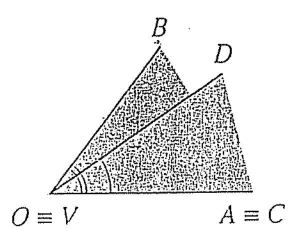
La somma di due angoli piatti è un angolo giro.

2.7 Sottrazione di due angoli

Siano $\widehat{AOB}$ e $\widehat{CVD}$ due angoli tali che $\widehat{AOB} > \widehat{CVD}$.



Per trovare la differenza di due angoli, si trasporta il secondo angolo in modo che il lato VC coincida con il lato OA del primo angolo e che i due angoli si trovino dalla stessa parte rispetto a tale lato. Poiché l'angolo $\widehat{AOB}$ è maggiore dell'angolo $\widehat{CVD}$, il lato VD si dispone internamente all'angolo $\widehat{AOB}$ e l'angolo $\widehat{DOB}$ è la **differenza** fra i due angoli dati.



L'angolo $\widehat{DOB}$ è, infatti, l'angolo che si deve addizionare all'angolo $\widehat{CVD}$ per ottenere l'angolo $\widehat{AOB}$.

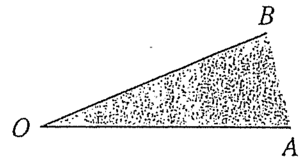
2.8 Multipli e sottomultipli di un angolo

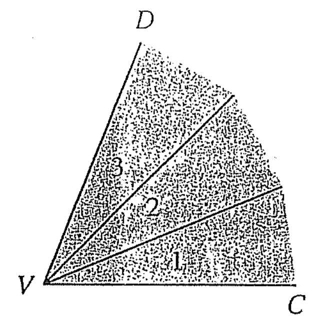
Se un angolo è la somma di 2, 3, 4, ... angoli congruenti all'angolo $\widehat{AOB}$, si dice che esso è multiplo di $\widehat{AOB}$ secondo i numeri 2, 3, 4, ...

Si costruisca, ad esempio, la somma di tre angoli congruenti ad $\widehat{AOB}$ e sia essa l'angolo $\widehat{CVD}$.

Esercizi da pag. 182 a pag. 192

2





Si dice che $\widehat{CVD}$ è **multiplo** di $\widehat{AOB}$ secondo 3 e si scrive:

$$\widehat{CVD} = 3\widehat{AOB}$$

A sua volta si dice che l'angolo $\widehat{AOB}$ è **sottomultiplo** di $\widehat{CVD}$ secondo 3, cioè è la terza parte di $\widehat{CVD}$; si scrive:

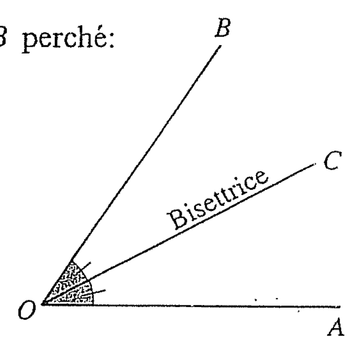
$$\widehat{AOB} = \frac{1}{3}\widehat{CVD}$$

2.9 Bisettrice di un angolo

Si dice *bisettrice* di un angolo la semiretta che divide l'angolo in due angoli congruenti.

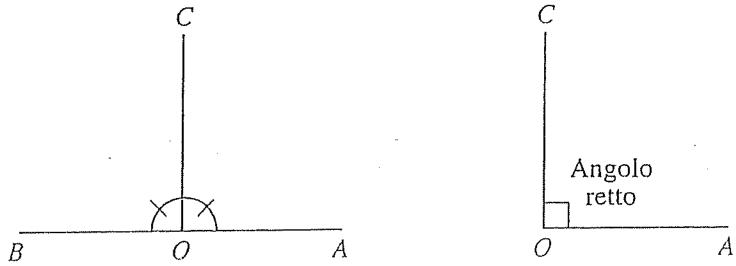
La semiretta OC è la bisettrice dell'angolo $\widehat{AOB}$ perché:

$$\widehat{AOC} = \widehat{COB}$$



Si può costruire facilmente la bisettrice di un angolo $\widehat{AOB}$, avendo a disposizione un modello di carta dell'angolo stesso e piegandolo in maniera tale che il lato OA coincida con il lato OB; dopo aver riaperto il modello, la traccia lasciata dalla piegatura è la bisettrice dell'angolo.

Se si traccia la bisettrice di un angolo piatto, si ottengono due angoli congruenti che si chiamano **angoli retti**.



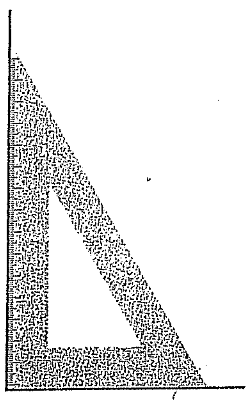
Esercizi da pag. 182 a pag 192

2

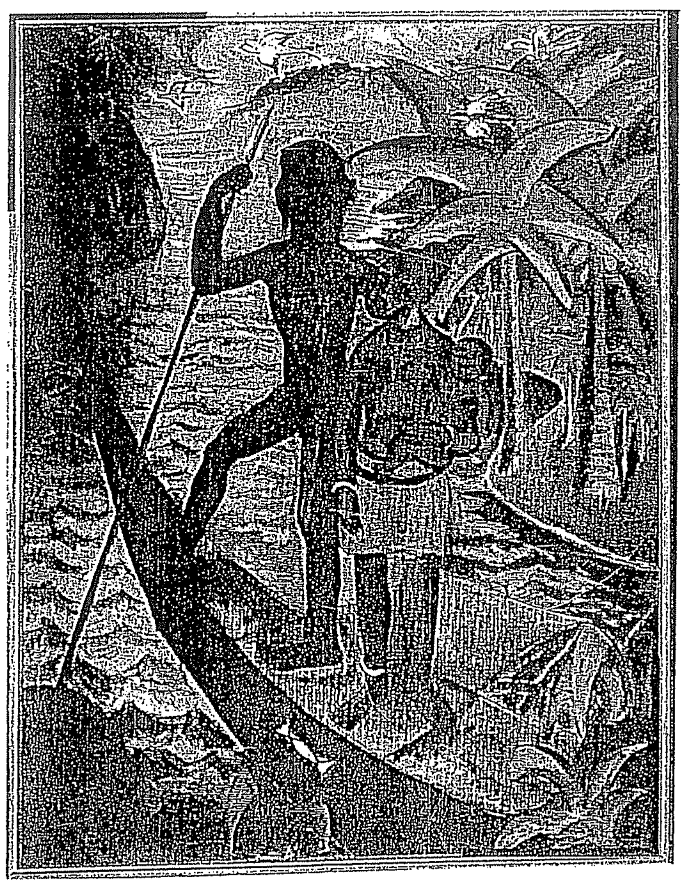
Si dice *angolo retto* la metà di un angolo piatto.

Poiché l'angolo giro è doppio di un angolo piatto, che a sua volta è doppio di un angolo retto, risulta che l'angolo giro è multiplo secondo 4 (cioè quadruplo) dell'angolo retto.

Per disegnare un angolo retto si può fare uso della squadra; basta appoggiare la squadra sul foglio e fare scorrere la punta della matita lungo i bordi dei due lati minori della squadra. La squadra può, quindi, essere considerata come un modello dell'angolo retto.



Esempio di angolo retto in un segnale stradale



Angoli retti nella cornice di un quadro

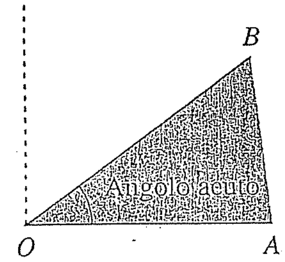
2.10 Angoli acuti ed angoli ottusi

Esercizi da pag. 182 a pag. 192

2

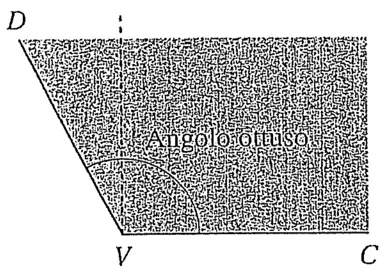
Un angolo si dice *acuto* se è minore di un angolo retto.

L'angolo $\widehat{AOB}$ è acuto.



Un angolo si dice *ottuso* se è maggiore di un angolo retto, ma minore di un angolo piatto.

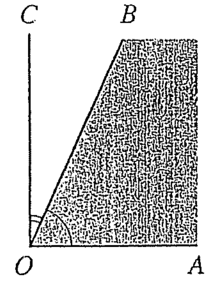
L'angolo $\widehat{CVD}$ è ottuso.



2.11 Angoli complementari, angoli supplementari ed angoli esplementari

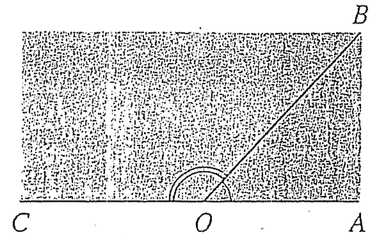
Due angoli si dicono *complementari* se la loro somma è un angolo retto.

Gli angoli $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$ sono complementari.



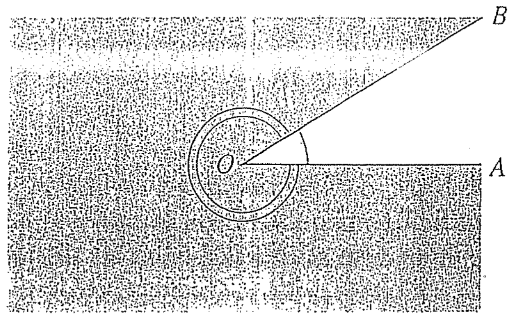
Due angoli si dicono *supplementari* se la loro somma è un angolo piatto.

Gli angoli $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$ sono supplementari.



Due angoli si dicono *esplementari* se la loro somma è un angolo giro.

L'angolo convesso $\widehat{AOB}$ e l'angolo concavo $\widehat{AOB}$ sono esplementari.

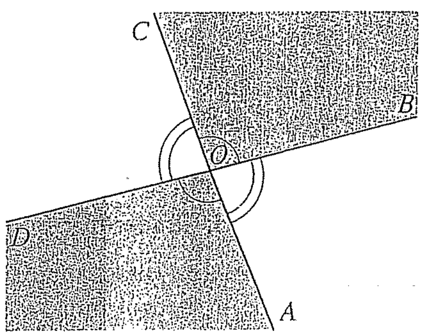


Esercizi da pag. 182 a pag 192

2

Angoli opposti al vertice

Due angoli si dicono *opposti al vertice* se i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro.



Le rette AC e BD che si intersecano nel punto O determinano quattro angoli: $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOA}$.

Sono opposti al vertice gli angoli rappresentati con lo stesso colore e cioè gli angoli $\widehat{AOB}$ e $\widehat{COD}$ e così gli angoli $\widehat{DOA}$ e $\widehat{BOC}$.

Ritagliando opportunamente il foglio del disegno, si può facilmente constatare con il metodo del trasporto che gli angoli opposti al vertice sono congruenti.

Due angoli opposti al vertice sono congruenti.

2.12 Misura degli angoli

Ogni angolo è caratterizzato da un'**ampiezza** che dipende dall'apertura dei suoi lati. Dati due angoli, si è in grado di confrontarli e cioè di stabilire se sono congruenti o di riconoscere quale dei due è maggiore e cioè quale dei due ha ampiezza maggiore dell'altro. L'ampiezza di un angolo è, quindi, una grandezza e come tale misurabile. Sovente, per ragioni di semplicità di linguaggio, dicendo angolo si intende la sua ampiezza e viceversa. In base a queste considerazioni, misurare un angolo significa misurare la sua ampiezza. Naturalmente per misurare un angolo si deve scegliere una unità di misura e confrontarla con l'angolo dato.

Esercizi da pag. 182 a pag. 192

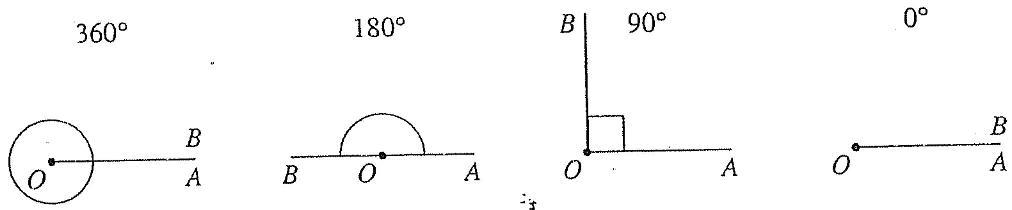
2

Misurare l'ampiezza di un angolo **o, come si dice più semplicemente,** ***misurare un angolo*** **significa confrontarlo con un altro angolo scelto come unità di misura e stabilire quante volte l'angolo dato contiene l'unità di misura o un suo sottomultiplo.**

L'unità di misura che si utilizza è il **grado**, cioè l'angolo che è la trecentosessantesima parte dell'angolo giro. Si indica il grado con il simbolo $^{\circ}$.

Si dice *grado* l'angolo che è la trecentosessantesima parte dell'angolo giro.

Dalla definizione consegue immediatamente che l'ampiezza di ciascuno degli angoli giro, piatto, retto e nullo è quella indicata nel disegno seguente:



Angolo giro *Angolo piatto* *Angolo retto* *Angolo nullo*

Sottomultipli del grado sono il **primo** e il **secondo**. Il primo, che si indica con il simbolo $'$, è la sessantesima parte del grado; il secondo, che si indica con il simbolo $''$, è la sessantesima parte del primo.

$$1^{\circ} = 60' \qquad 1' = 60'' \qquad 1^{\circ} = (60 \times 60)'' = 3.600''$$

Per indicare, ad esempio, che un angolo $\widehat{AOB}$ misura 39°, 15′ e 46″, si scrive:

$$\widehat{AOB} = 39^{\circ}\,15'\,46''$$

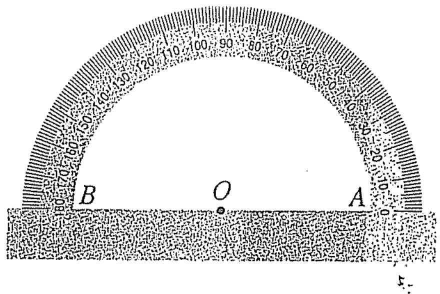
e si legge: «l'angolo $\widehat{AOB}$ misura 39 gradi, 15 primi e 46 secondi».

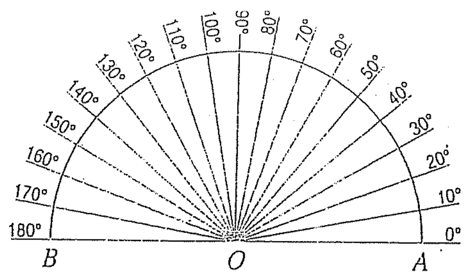
La misura di un angolo non si esprime, quindi, mediante il sistema di numerazione decimale, ma con particolari espressioni che si dicono *espressioni complesse*, studiate in Aritmetica.

Il rapportatore

Uno dei più semplici strumenti per misurare gli angoli è il **rapportatore**. Esso è costituito da un semicerchio di metallo o di plastica o di altro materiale il cui orlo curvilineo è suddiviso in 180 parti congruenti mediante sottili trattini rettilinei che, prolungati, concorrono nel punto O, centro del semicerchio. Tali trattini corrispondono alla divisione in 180° dell'angolo piatto $\widehat{AOB}$, i cui lati sono rappresentati dall'orlo rettilineo interno del rapportatore.

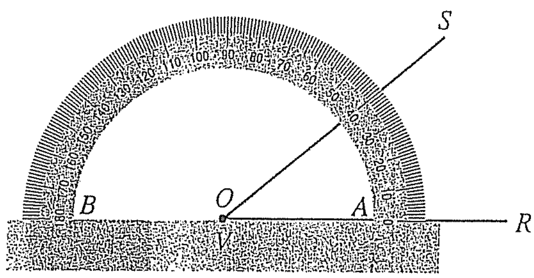
Esercizi da pag. 182 a pag. 192





I trattini sono numerati di 10 in 10 gradi e cioè recano la numerazione 0°, 10°, 20°, 30°, ... Tali trattini si distinguono dagli altri per la maggiore lunghezza. I rapportatori possono recare la numerazione in un solo senso, da A a B (come quello rappresentato), oppure in due sensi e cioè non solo da A a B, ma anche da B ad A. Quest'ultimo tipo di rapportatore consente di eseguire le misurazioni degli angoli in entrambi i sensi.

Per misurare l'angolo $\widehat{RVS}$, si dispone il rapportatore in modo che il suo centro O coincida con il vertice V dell'angolo e che un lato (nel disegno è il lato VR) passi per lo zero della graduazione. Si legge, quindi, la misura dell'angolo nel punto di intersezione dell'altro lato VS con l'orlo del rapportatore che reca la graduazione.



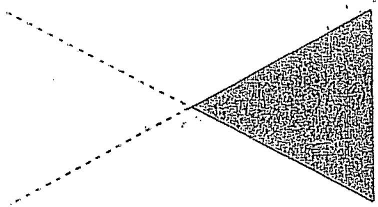
Nel caso considerato la misura dell'angolo $\widehat{RVS}$ è di 40°.

Il rapportatore può avere forma circolare ed in tal caso offre la possibilità di misurare anche angoli concavi, mediante il procedimento illustrato precedentemente. Quest'ultimo tipo di rapportatore si dice rapportatore a 360° e l'altro rapportatore a 180°.

2

Scheda di verifica

1 4 1. Definite l'angolo e dite come si indica.

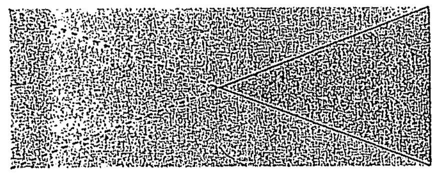


....

....

....

1 4 2. Illustrate la diversità fra angolo convesso ed angolo concavo con riferimento al disegno.



....

....

....

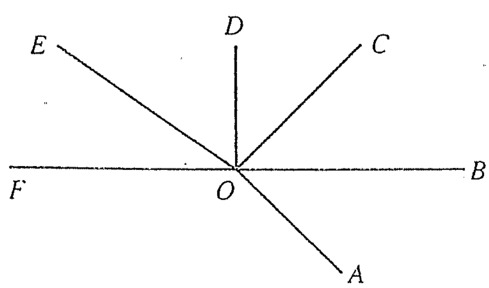
1 3. Una retta di un piano in quante e quali parti lo divide?

....

....

1 4. Disegnate un angolo giro, un angolo piatto ed un angolo nullo. Qual è l'ampiezza di ciascuno di essi?

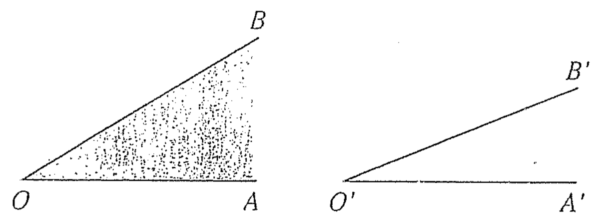
2 5. Osservate il disegno ed individuate alcune coppie di angoli adiacenti.



3 6. Qual è l'ampiezza dell'angolo multiplo secondo 4 dell'angolo di $43° 18' 26''$?

3 7. Qual è l'ampiezza dell'angolo che è sottomultiplo secondo 3 dell'angolo di $98° 19' 36''$?

3 4 8. Dati gli angoli $A\widehat{O}B$ ed $A'\widehat{O'}B'$, determinate:



a) $A\widehat{O}B + A'\widehat{O'}B'$

b) $A\widehat{O}B - A'\widehat{O'}B'$

c) $2A\widehat{O}B$

d) $3A'\widehat{O'}B'$

3 4 9. L'angolo complementare di un angolo acuto è un angolo (*Segnate la risposta esatta*).

acuto ☐

ottuso ☐

3 4 10. L'angolo supplementare di un angolo ottuso è un angolo (*Segnate la risposta esatta*).

acuto ☐

ottuso ☐

3 11. **Calcolate la somma degli angoli di $36^\circ 41' 29''$ e di $53^\circ 18' 31''$ e verificate che sono complementari.**

3 12. **Calcolate la somma degli angoli di $87^\circ 46' 18''$ e di $92^\circ 13' 42''$ e verificate che sono supplementari.**

Valutazione della scheda

Criterio		*Numero esercizio*				*Giudizio*				*G.M.*
1	Conoscenza degli elementi specifici della disciplina	1	2	3	4					
2	Osservazione di fatti, individuazione e applicazione di relazioni, proprietà, procedimenti	5								
3	Identificazione e comprensione di problemi, formulazione di ipotesi e di soluzioni	6	7	8	9					
		10	11	12						
4	Comprensione ed uso dei linguaggi specifici	1	2	8	9					
		10								
Giudizio complessivo										

CAPITOLO 3

Rette perpendicolari e rette parallele

PREREQUISITI • Concetto di angolo. • Misura degli angoli.

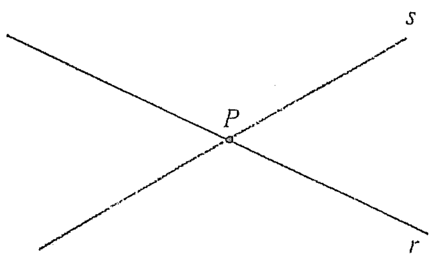
OBIETTIVI • Acquisire i concetti di rette perpendicolari e di rette parallele. • Memorizzare la denominazione relativa alle coppie di angoli formati da due rette con una trasversale comune.

Esercizi da pag. 193 a pag. 199

3.1 Rette incidenti e rette parallele

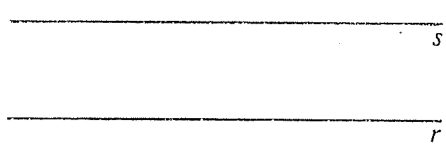
Due rette r ed s appartenenti ad uno stesso piano, cioè due rette *complanari*, possono trovarsi, l'una rispetto all'altra, nelle seguenti posizioni:

1. Le rette r ed s hanno in comune un solo punto P e si dicono **incidenti**.



Due rette si dicono *incidenti* se hanno un solo punto in comune.

2. Le rette r ed s non hanno alcun punto in comune e si dicono **parallele**.



$r \cap s = \varnothing$

Due rette si dicono *parallele* se appartengono ad uno stesso piano e non hanno alcun punto in comune.

Per indicare che due rette r ed s sono parallele, si scrive:

$r /\!/ s$

e si legge: «*la retta* r *è parallela alla retta* s».

3. Le rette sono sovrapposte e cioè **coincidenti**, in quanto ogni punto dell'una coincide con un punto dell'altra.

$r \cap s = r \equiv s$

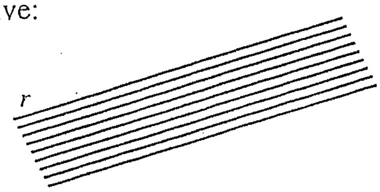
Due rette si dicono *coincidenti* se ogni punto dell'una coincide con un punto dell'altra.

Per indicare che due rette r ed s sono coincidenti, si scrive:

$$r \equiv s$$

e si legge: «*la retta* r *coincide con la retta* s».

Più rette complanari, fra loro parallele, costituiscono un *fascio di rette parallele*.



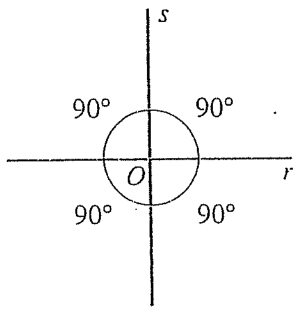
Fascio di rette parallele

Esercizi da pag. 193 a pag. 199

3

3.2 Rette perpendicolari

Due rette incidenti che dividono il piano in quattro angoli congruenti, ciascuno dei quali è retto, si dicono **perpendicolari**.



Rette perpendicolari

Due rette incidenti si dicono *perpendicolari* se dividono il piano in quattro angoli congruenti e quindi retti.

Per indicare che due rette r ed s sono perpendicolari, si scrive:

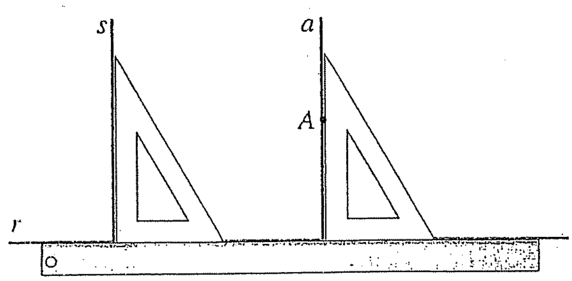
$$r \perp s$$

e si legge: «*la retta* r *è perpendicolare alla retta* s».

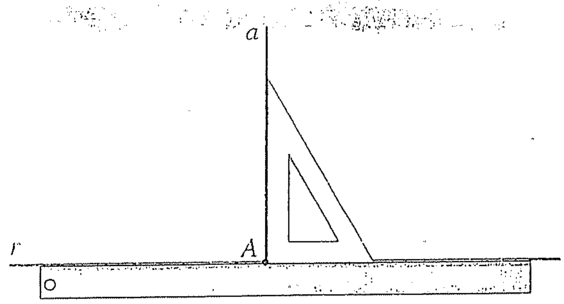
Due rette incidenti, che non sono perpendicolari, si dicono *oblique*.

Perpendicolare per un punto ad una retta

Con l'uso della riga e della squadra si possono tracciare quante rette si vogliono perpendicolari ad una retta data r. Si disponga la riga in modo che uno dei suoi orli combaci con la retta r e si adagi su tale orlo uno dei lati minori della squadra. Facendo quindi scorrere la punta della matita lungo l'altro lato minore della squadra, si ottiene una retta s perpendicolare alla retta data r. Spostando la squadra lungo l'orlo della riga, si possono tracciare quante perpendicolari si vogliono alla retta data.



In particolare si può tracciare la retta a perpendicolare alla retta r e passante per un dato punto A: basta fare in modo che il lato della squadra perpendicolare alla retta r passi per il punto A. È evidente che tale costruzione è valida sia che il punto A non appartenga alla retta r sia che vi appartenga.



Il procedimento illustrato per costruire la perpendicolare ad una retta, condotta per un punto A appartenente o no alla retta stessa, dimostra che:

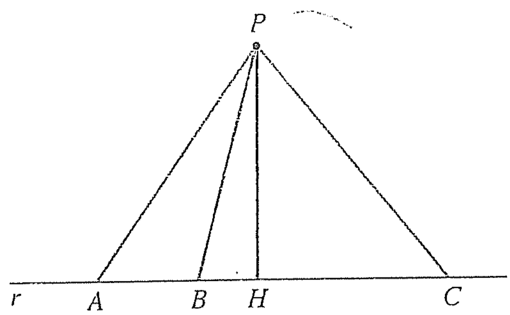
Esercizi da pag. 193 a pag. 199

Per un punto dato passa una sola retta perpendicolare ad una retta data.

3.3 Proiezioni e distanze

Dati la retta r ed un punto P fuori di essa, si tracci per P la perpendicolare PH alla retta r. Il punto H, intersezione di questa perpendicolare con la retta r, si dice **piede della perpendicolare** condotta per P alla retta r o **proiezione del punto P sulla retta r**.

Se si congiunge P con altri punti A, B, C, ... della retta r, distinti da H, si può verificare che il segmento di perpendicolare PH è minore di qualsiasi altro segmento obliquo PA, PB, PC, ...

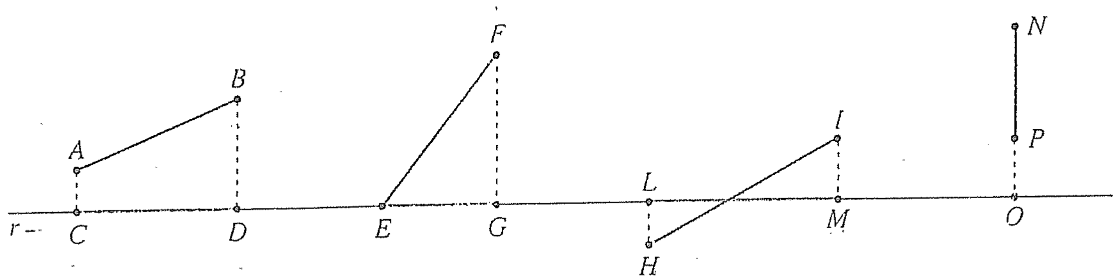


Per questo motivo il segmento PH si dice **distanza** fra il punto P e la retta r.

Si dice *distanza* fra un punto ed una retta il segmento di perpendicolare condotto dal punto alla retta.

Si consideri ora una retta r ed un segmento AB, non appartenente ad essa: si dice **proiezione** di AB su r il segmento CD che ha per estremi le proiezioni di A e di B sulla retta r.

Nel disegno sono rappresentate le proiezioni su una retta r di alcuni segmenti.



CD *è la proiezione di* AB *su* r

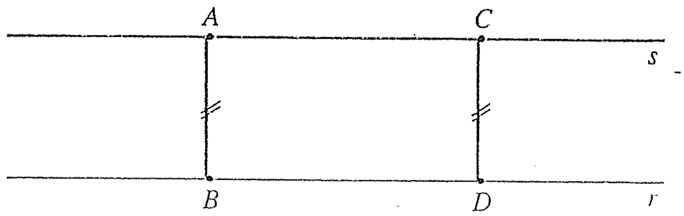
EG *è la proiezione di* EF *su* r

LM *è la proiezione di* HI *su* r

Il punto O *è la proiezione di* NP *su* r

Distanza fra due rette parallele

Date due rette parallele s ed r, si consideri un punto A della retta s e si tracci per esso il segmento di perpendicolare AB alla retta r. Il segmento AB è la distanza fra il punto A e la retta r.



Esercizi da pag. 193 a pag. 199

Si consideri un altro punto C della retta s e si conduca per esso il segmento CD perpendicolare alla retta r. Si può verificare che i segmenti AB e CD sono congruenti:

$$AB = CD$$

Tale congruenza si verifica per il segmento di perpendicolare condotto con procedimento analogo per qualsiasi altro punto di una delle due rette.

Se due rette sono parallele, tutti i punti di una di esse hanno la stessa distanza dall'altra retta.

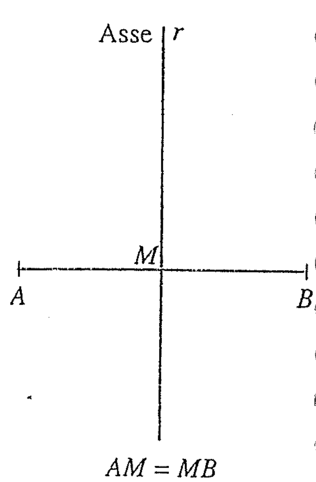
Da quanto sopra, consegue la definizione:

Si dice *distanza fra due rette parallele* il segmento di perpendicolare condotto per un punto qualsiasi di una delle due rette all'altra retta.

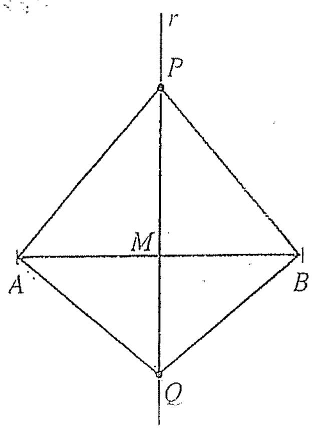
APPROFONDIMENTI: APPROFONDIMENTO SULLE RETTE PARALLELE (PAG. 143)
IL CONCETTO DI STRISCIA (PAG. 144)

3.4 Asse di un segmento

Si dice *asse di un segmento* la retta perpendicolare al segmento nel suo punto medio.



Dato il segmento AB, sia r l'asse, e cioè la perpendicolare condotta per il suo punto medio M, e sia P un punto qualsiasi dell'asse. Si congiunga P con gli estremi A e B del segmento dato. È facile verificare che $PA = PB$. Allo stesso modo, se si sceglie sull'asse il punto Q, si ha $QA = QB$.



$PA = PB \qquad QA = QB$

Esercizi da pag. 193 a pag. 199

Quindi i punti dell'asse di un segmento godono della seguente proprietà:

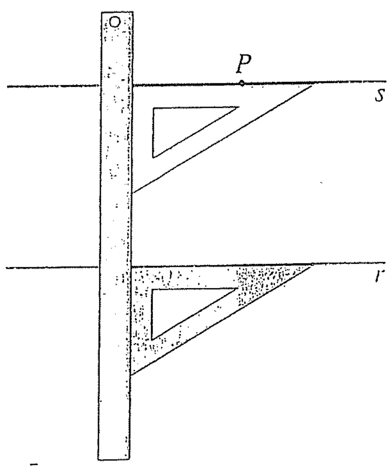
Ogni punto dell'asse di un segmento ha la stessa distanza dagli estremi del segmento.

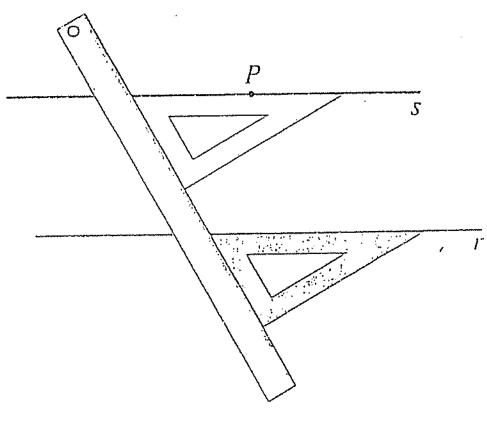
3.5 Parallela ad una retta data passante per un punto non appartenente ad essa

Si vuole costruire con l'uso della riga e della squadra la retta parallela ad una retta data r che passi per un punto P non appartenente alla retta r.

Si disponga la squadra in modo da fare coincidere uno dei suoi orli fra loro perpendicolari con la retta r e facendo combaciare la riga con l'altro orlo perpendicolare della squadra.

Si faccia, quindi, scorrere la squadra in modo che l'orlo che prima sfiorava la retta r passi per il punto P. Passando la punta della matita lungo tale orlo, si ottiene la retta s parallela alla retta data r.





La costruzione si può eseguire anche nel modo indicato nell'altro disegno, che non richiede ulteriori delucidazioni. Dalle costruzioni eseguite si può dedurre che la retta passante per il punto P e parallela alla retta r è unica e, quindi, vale la seguente proprietà detta postulato di Euclide o postulato delle parallele:

Per un punto non appartenente ad una retta si può condurre una sola parallela a tale retta.

Si dice **postulato** una proposizione che non si può dimostrare e che si chiede venga ammessa come vera.

Geometria euclidea e geometrie non euclidee

Esercizi da pag. 193 a pag. 199

Il celebre matematico Euclide, vissuto intorno al III secolo a.C., enunciò il postulato delle parallele in forma diversa da quella enunciata, ma sostanzialmente equivalente. La geometria da noi studiata si dice appunto *euclidea* perché ammette il postulato di Euclide e tutte le proprietà che da esso derivano.

Il postulato di Euclide non esprime affatto una verità evidente, come può sembrare a prima vista. La nostra esperienza non consente, infatti, di controllare se è vero che due rette r ed s parallele non si incontrano o se, invece, a grandissima distanza esse hanno un punto in comune. Ciò dipende dal fatto che le rette sono illimitate mentre si possono tracciare soltanto parti di esse.

Non si può neanche ammettere che la retta s sia l'unica parallela alla retta r condotta per un punto P esterno ad r.

Alcuni matematici dimostrarono che, negando il postulato di Euclide, si possono ottenere altre geometrie dette *geometrie non euclidee* che hanno interessanti applicazioni in alcuni rami della matematica. La geometria euclidea è comunque la più semplice, soprattutto perché si accorda con la comune esperienza e con le nostre intuizioni.

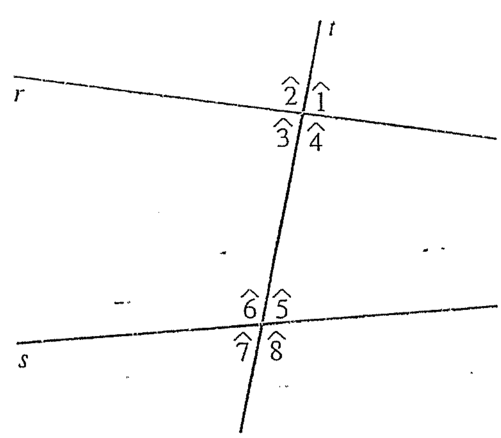
3.6 Angoli formati da due rette con una trasversale

Date due rette r ed s di un piano, sia t una terza retta che le interseca entrambe e detta perciò **trasversale**.

La trasversale determina con le due rette che interseca otto angoli (quattro con la prima e quattro con la seconda), che per semplicità sono stati indicati con i numeri naturali da 1 a 8 sormontati dal segno di angolo.

Ad alcune coppie degli angoli suddetti si danno nomi particolari che sono indicati nel prospetto seguente.

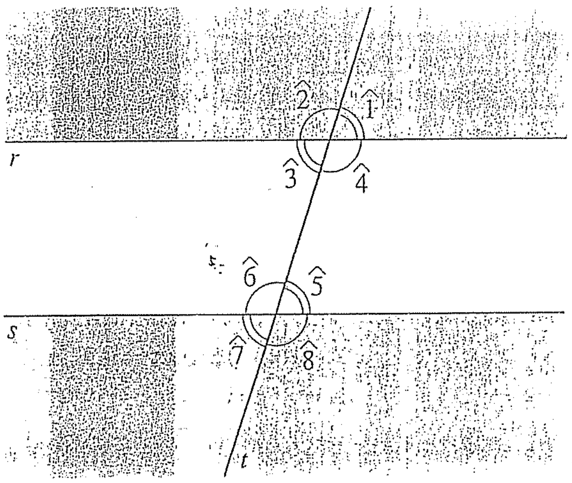
Angoli alterni interni:	$\widehat{3}, \widehat{5}$;	$\widehat{4}, \widehat{6}$
Angoli alterni esterni:	$\widehat{2}, \widehat{8}$;	$\widehat{1}, \widehat{7}$
Angoli coniugati interni:	$\widehat{4}, \widehat{5}$;	$\widehat{3}, \widehat{6}$
Angoli coniugati esterni:	$\widehat{1}, \widehat{8}$;	$\widehat{2}, \widehat{7}$
Angoli corrispondenti:	$\widehat{1}, \widehat{5}$;	$\widehat{2}, \widehat{6}$
	$\widehat{4}, \widehat{8}$;	$\widehat{3}, \widehat{7}$



3.7 Angoli formati da due rette parallele con una trasversale

Se due rette r ed s sono parallele, la trasversale t determina degli angoli che sono legati da particolari relazioni; tali relazioni si possono verificare facilmente ricorrendo al rapportatore.

Esercizi da pag. 193 a pag. 199



Due rette parallele intersecate da una trasversale formano:

angoli alterni interni congruenti

angoli alterni esterni congruenti

angoli coniugati interni supplementari

angoli coniugati esterni supplementari

angoli corrispondenti congruenti.

Le proprietà enunciate si verificano soltanto se le rette intersecate dalla trasversale sono parallele; esse costituiscono, pertanto, una proprietà caratteristica delle rette parallele. In altre parole si può dire, ad esempio, che se due rette intersecate da una trasversale formano angoli alterni interni congruenti, esse sono parallele. Basta che si verifichi una sola delle relazioni enunciate perché si verifichino tutte le altre. Si può, quindi, enunciare un criterio che ci consente di riconoscere se due rette sono parallele.

Criterio di parallelismo. *Due rette sono parallele se, intersecate da una trasversale, formano con essa una coppia di:*

angoli alterni interni congruenti *oppure di*

angoli alterni esterni congruenti *oppure di*

angoli coniugati interni supplementari *oppure di*

angoli coniugati esterni supplementari *oppure di*

angoli corrispondenti congruenti.

Scheda di verifica

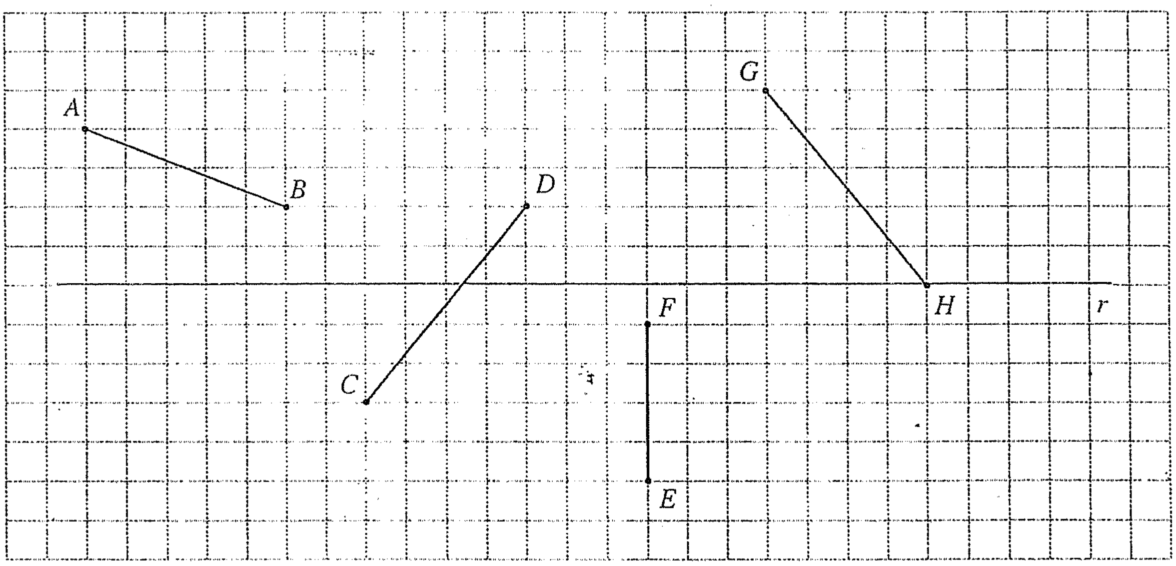
2 3 1. Tracciate due rette perpendicolari e, per un punto P non appartenente ad esse, tracciate la perpendicolare a ciascuna retta. Come risultano fra loro le due perpendicolari tracciate?

3 4 2. Quante sono le perpendicolari che si possono condurre ad una retta? Come sono fra loro tali perpendicolari?

....

....

2 3. Rappresentate sulla retta r le proiezioni dei segmenti del disegno.



4 4. Che cosa si intende per distanza fra due rette parallele? ....

....

....

3 4 5. Data una retta ed un punto esterno ad essa, quante parallele e quante perpendicolari si possono condurre alla retta? ....

....

....

3

1 4 6. Che cosa si intende per asse di un segmento e di quale proprietà godono i punti dell'asse di un segmento?

....

....

....

....

....

....

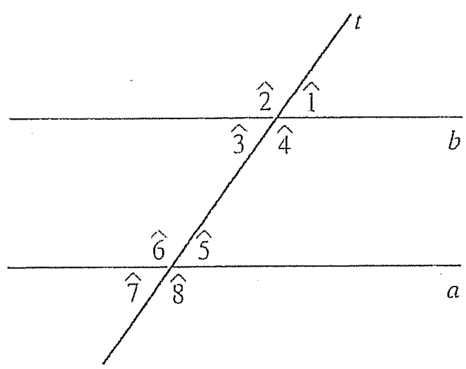
1 4 7. Perché la geometria da noi studiata si dice euclidea?

....

....

....

2 4 8. Date le parallele *a* e *b* intersecate dalla trasversale *t*, dite come si chiamano gli angoli:



$\widehat{3}$ e $\widehat{5}$; $\widehat{4}$ e $\widehat{6}$ ....

$\widehat{2}$ e $\widehat{8}$; $\widehat{1}$ e $\widehat{7}$ ....

$\widehat{4}$ e $\widehat{5}$; $\widehat{3}$ e $\widehat{6}$ ....

$\widehat{1}$ e $\widehat{8}$; $\widehat{2}$ e $\widehat{7}$ ....

$\widehat{1}$ e $\widehat{5}$; $\widehat{2}$ e $\widehat{6}$; $\widehat{4}$ e $\widehat{8}$; $\widehat{3}$ e $\widehat{7}$ ....

Valutazione della scheda

Criterio		*Numero esercizio*				*Giudizio*				*G.M.*
1	Conoscenza degli elementi specifici della disciplina	6	7							
2	Osservazione di fatti, individuazione e applicazione di relazioni, proprietà, procedimenti	1	3	8						
3	Identificazione e comprensione di problemi, formulazione di ipotesi e di soluzioni	1	2	5						
4	Comprensione ed uso dei linguaggi specifici	2	4	5	6					
		7	8							
Giudizio complessivo										

CAPITOLO 4

I triangoli

PREREQUISITI • Conoscenze fondamentali su segmenti, angoli, rette perpendicolari e rette parallele.

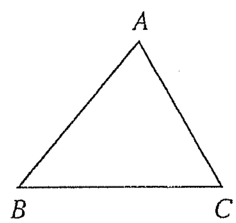
OBIETTIVI • Conoscere i triangoli: classificazioni, punti notevoli, proprietà. • Apprendere ed applicare i criteri di congruenza dei triangoli.

Esercizi da pag. 200 a pag. 215

4.1 Triangoli

Si dice *triangolo* la parte di piano limitata da una spezzata chiusa di tre lati, che si considera appartenente al triangolo.

Per costruire un triangolo basta congiungere a due a due, mediante segmenti, tre punti A, B, C non allineati.



3 lati	AB	BC	CA
3 angoli	$\widehat{A}$	$\widehat{B}$	$\widehat{C}$
3 vertici	A	B	C

Ogni triangolo ha tre lati e tre angoli, che si dicono **elementi** del triangolo, e tre vertici. Per angoli si intendono, salvo contrario avviso, gli angoli interni, che si possono indicare semplicemente con $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$, non essendovi possibilità di equivoco. Un lato ed un angolo di un triangolo si dicono **opposti** se il vertice di tale angolo non appartiene al lato considerato. Analogamente si dicono **opposti** un vertice ed un lato che non contiene il vertice stesso.

Nel triangolo ABC

l'angolo $\widehat{A}$ è opposto al lato BC	il vertice A è opposto al lato BC
l'angolo $\widehat{B}$ è opposto al lato CA	il vertice B è opposto al lato CA
l'angolo $\widehat{C}$ è opposto al lato AB	il vertice C è opposto al lato AB

Poiché ogni segmento è minore di qualunque spezzata che unisce i suoi estremi, i triangoli godono della seguente proprietà:

In ogni triangolo ciascun lato è minore della somma degli altri due.

Considerando il triangolo ABC, si può scrivere:

$$AB < BC + AC$$
$$AC < AB + BC$$
$$BC < AB + AC$$

Si può inoltre enunciare la seguente notevole proprietà, che è conseguenza di quella enunciata precedentemente:

In ogni triangolo ciascun lato è maggiore della differenza fra gli altri due.

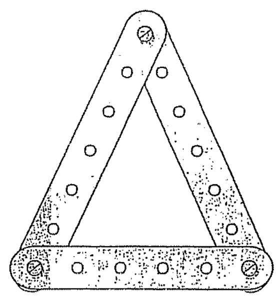
Esercizi da pag. 200 a pag. 215

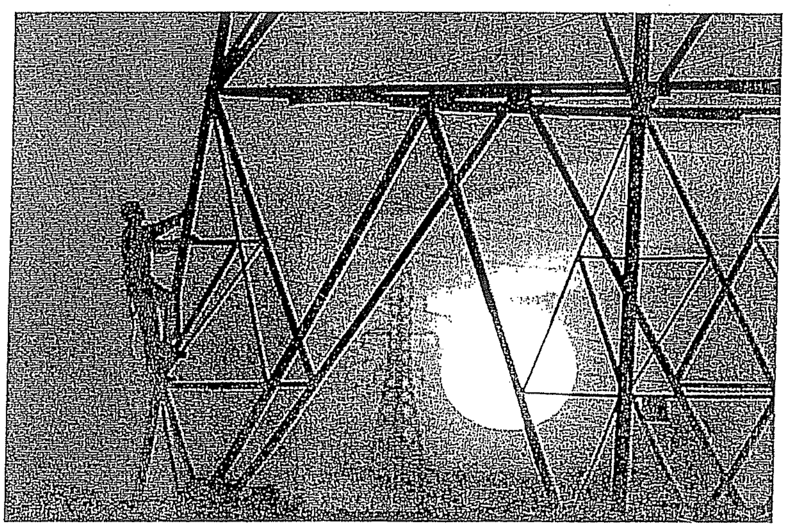
4

4.2 Il triangolo è una figura indeformabile

Se si costruisce con tre listelli un triangolo, si può constatare che esso non si deforma quando si esercita una pressione sui vertici o sui lati, anche se si è evitato di stringere a fondo i dadi delle viti che collegano gli estremi dei listelli.

Questa è una proprietà caratteristica del triangolo, che risulta pertanto una figura **indeformabile**. Per questo motivo il triangolo è un elemento insostituibile nella tecnica di quelle costruzioni che debbono avere la prerogativa della stabilità: strutture dei ponti, dei tetti, delle gru, dei tralicci delle linee elettriche, degli elementi di sostegno, ecc.





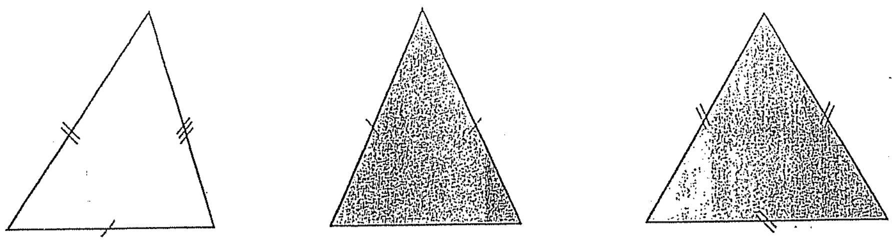
Esempi di impiego di strutture triangolari

4.3 Classificazione dei triangoli rispetto ai lati

Esercizi da pag. 200 a pag. 215

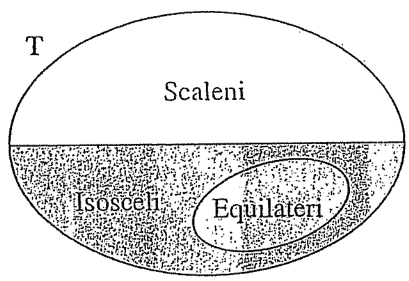
Un triangolo si dice:

scaleno *se ha i tre lati non congruenti*
isoscele *se ha due lati congruenti*
equilatero *se ha i tre lati congruenti*



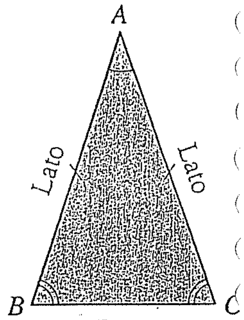
Scaleno *Isoscele* *Equilatero*

La precedente classificazione può essere visualizzata con un diagramma di Venn; l'insieme dei triangoli equilateri è evidentemente un sottoinsieme dell'insieme dei triangoli isosceli.



4.4 Triangolo isoscele

Nel triangolo isoscele i due lati congruenti si dicono **lati** del triangolo ed il terzo lato si dice **base**. Nella figura l'angolo $\widehat{BAC}$, formato dalle semirette dei due lati congruenti, si dice **angolo al vertice** e gli altri due angoli si dicono **angoli alla base**.



Se si costruisce un modello di triangolo isoscele ABC con un foglio di carta e si piega in modo che il vertice B venga a sovrapporsi al vertice C, si può verificare che i due angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ coincidono.

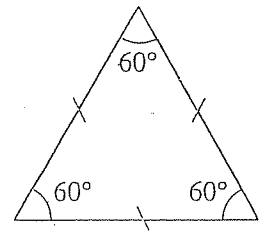
Valgono quindi le seguenti proprietà:

In ogni triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti.

Se un triangolo ha due angoli congruenti, ha congruenti anche i due lati opposti a quegli angoli, cioè il triangolo è isoscele.

4.5 Triangolo equilatero

Ogni triangolo equilatero si può considerare isoscele rispetto a ciascun lato preso come base; ne consegue che i tre angoli sono congruenti e, quindi, ciascuno di essi misura 60°.



Esercizi da pag. 200 a pag. 215

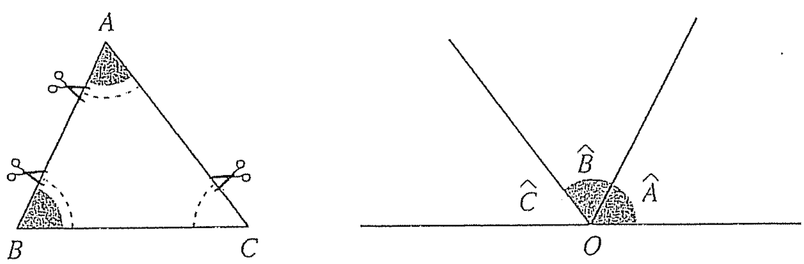
In ogni triangolo equilatero i tre angoli sono congruenti e ciascuno misura 60°.

Viceversa:

Se un triangolo ha i tre angoli congruenti, esso ha anche i tre lati congruenti e cioè è equilatero.

4.6 Somma degli angoli interni di un triangolo

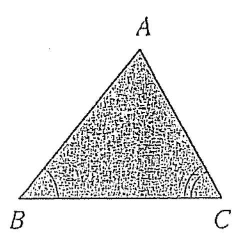
Dato un modello di carta di un triangolo ABC, si taglino con le forbici ciascuno dei tre angoli e si dispongano in modo che i tre vertici coincidano in un punto O e che siano a due a due consecutivi: si può in tal modo verificare che la somma dei tre angoli è un angolo piatto. Alla stessa conclusione si perviene mediante la dimostrazione che figura negli *Approfondimenti* a pag. 282.



La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto, cioè misura 180°.

Conoscendo l'ampiezza di due angoli di un triangolo è, quindi, facile calcolare l'ampiezza del terzo angolo. Se, ad esempio, l'angolo $\widehat{B}$ misura 62° e l'angolo $\widehat{C}$ misura 70°, la misura dell'angolo $\widehat{A}$ si calcola eseguendo la sottrazione:

$$180° - (62° + 70°) = 180° - 132° = 48°$$



APPROFONDIMENTI: SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI DI UN TRIANGOLO. ALTRA DIMOSTRAZIONE (PAG. 146)
PROPRIETÀ DEGLI ANGOLI ESTERNI DI UN TRIANGOLO (PAG. 146)

4.7 Classificazione dei triangoli rispetto agli angoli

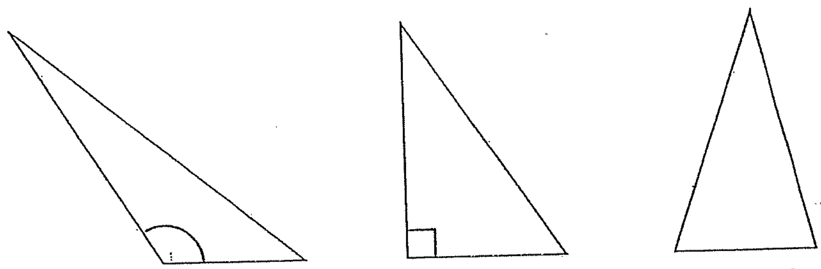
Esercizi da pag. 200 a pag. 215

Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo un angolo piatto, consegue che un triangolo può avere un solo angolo ottuso; se, infatti, ne avesse due, la loro somma supererebbe un angolo piatto, il che è impossibile. Per la stessa ragione un triangolo può avere un solo angolo retto; quindi, per quanto riguarda gli angoli di un triangolo, si possono presentare i seguenti casi:

uno ottuso e due acuti
uno retto e due acuti
tutti e tre acuti

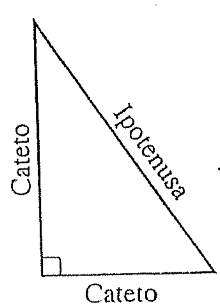
In relazione a questi casi, si ha la seguente classificazione dei triangoli rispetto agli angoli:

un triangolo si dice **ottusangolo** *se ha un angolo ottuso*
un triangolo si dice **rettangolo** *se ha un angolo retto*
un triangolo si dice **acutangolo** *se ha tutti e tre gli angoli acuti*

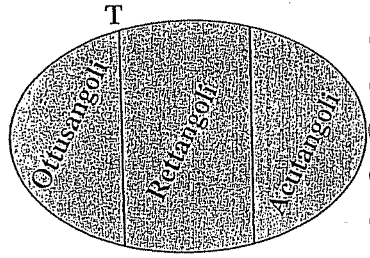


Ottusangolo *Rettangolo* *Acutangolo*

Nel caso del triangolo rettangolo i due lati che comprendono l'angolo retto si dicono **cateti** ed il terzo lato, cioè quello opposto all'angolo retto, si dice **ipotenusa**. È evidente che l'ipotenusa, in quanto lato opposto all'angolo maggiore, è maggiore di ciascuno dei due cateti.

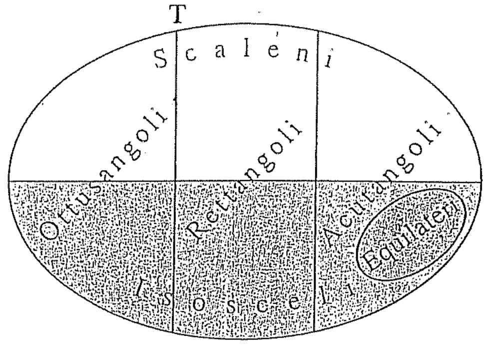


La classificazione dei triangoli rispetto agli angoli, precedentemente descritta, può essere visualizzata con un diagramma di Venn.



Con un solo diagramma di Venn si possono rappresentare entrambe le classificazioni dei triangoli, rispetto ai lati e rispetto agli angoli.

Da tale diagramma di Venn risulta che i triangoli scaleni ed isosceli possono essere ottusangoli o rettangoli o acutangoli, mentre i triangoli equilateri sono sempre acutangoli.



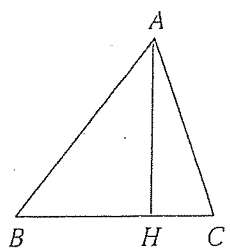
APPROFONDIMENTI: ALCUNE PROPRIETÀ ED APPLICAZIONI DEGLI ANGOLI DI UN TRIANGOLO (PAG. 147)

Esercizi da pag. 200 a pag. 215

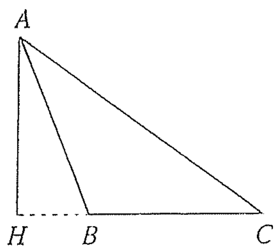
4.8 Altezze di un triangolo. Ortocentro

Dato un qualsiasi triangolo ABC, il segmento di perpendicolare AH condotto per il vertice A alla retta del lato opposto BC si dice **altezza** del triangolo relativa al lato BC.

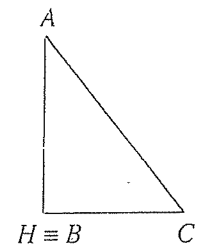
Si osservi che l'altezza relativa ad un lato può essere interna o esterna al triangolo; nel caso del triangolo rettangolo l'altezza relativa ad un cateto coincide con l'altro cateto.



Altezza interna



Altezza esterna

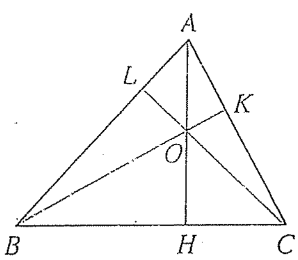


Altezza coincidente con un cateto

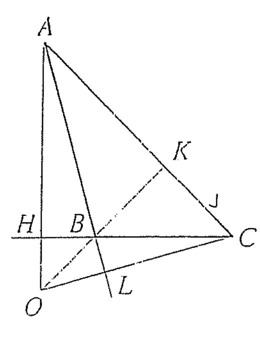
Si dice *altezza* di un triangolo relativa ad un lato il segmento di perpendicolare alla retta cui appartiene il lato, condotto per il vertice opposto. Il lato prende il nome di *base*.

Ogni triangolo ha tre altezze, una relativa a ciascun lato: esse si incontrano in un punto O *che si chiama* ortocentro *del triangolo.*

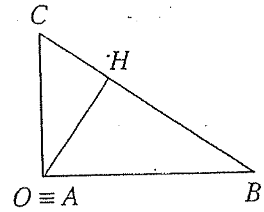
Dato il triangolo acutangolo ABC, si traccino le tre altezze AH (relativa al lato BC), BK (relativa al lato AC) e CL (relativa al lato AB): si osservi che le tre altezze passano per lo stesso punto O, ortocentro del triangolo, che risulta interno al triangolo.



Si consideri il triangolo ottusangolo ABC e si traccino le sue tre altezze; l'altezza AH relativa al lato BC e l'altezza CL relativa al lato AB risultano esterne al triangolo, mentre l'altezza BK relativa al lato AC risulta interna al triangolo. Prolungando le tre altezze si individua l'ortocentro O del triangolo, che risulta esterno al triangolo stesso.



Se il triangolo è rettangolo, i cateti AB ed AC risultano perpendicolari e sono, quindi, le altezze relative rispettivamente ai lati AC ed AB; esse si incontrano nel vertice A dell'angolo retto e per tale vertice passa pure l'altezza AH relativa all'ipotenusa BC. Si può concludere che, se il triangolo è rettangolo, l'ortocentro O *coincide con il vertice dell'angolo retto*.



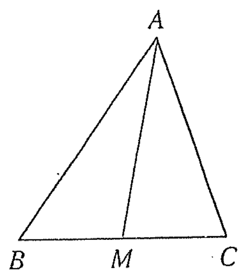
L'ortocentro

è interno nel triangolo acutangolo,
è esterno nel triangolo ottusangolo,
coincide con il vertice dell'angolo retto nel triangolo rettangolo.

Esercizi
da pag. 200
a pag. 215

4.9 Mediane di un triangolo. Baricentro

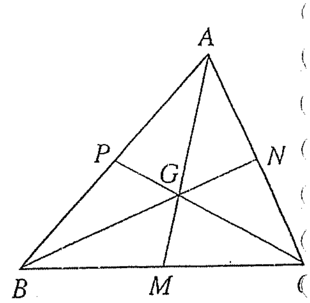
Dato il triangolo ABC, si congiunga il vertice A con il punto medio M del lato opposto BC; il segmento AM si dice **mediana** del triangolo relativa al lato BC.



Si dice *mediana* di un triangolo relativa ad un lato il segmento che unisce il punto medio del lato con il vertice opposto.

Ogni triangolo ha tre mediane, una relativa a ciascun lato: esse si incontrano in un punto **G** *che si chiama* **baricentro** *del triangolo.*

Dato il triangolo ABC, si traccino le sue tre mediane AM (relativa al lato BC), BN (relativa al lato AC) e CP (relativa al lato AB). Si osservi che le tre mediane passano per lo stesso punto G, *baricentro* del triangolo. Poiché le mediane sono sempre interne al triangolo, anche *il baricentro è sempre interno al triangolo.*



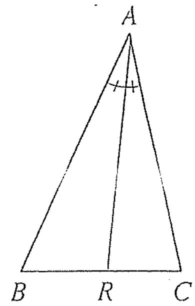
Si può, inoltre, misurando con un righello, verificare che:

$$AG = 2GM \qquad BG = 2GN \qquad CG = 2GP$$

Il baricentro di un triangolo divide ciascuna mediana in due segmenti tali che quello avente un estremo in un vertice è doppio dell'altro.

4.10 Bisettrici di un triangolo. Incentro

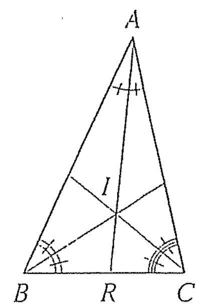
Dato un triangolo ABC, si tracci la bisettrice dell'angolo A e si consideri di essa il segmento AR, che ha per estremi il vertice A ed il punto R di intersezione con il lato opposto; tale segmento si dice **bisettrice** del triangolo relativa all'angolo $\widehat{A}$



Esercizi da pag. 200 a pag. 215

Si dice *bisettrice* di un triangolo relativa ad un angolo il segmento di bisettrice dell'angolo che ha per estremi il vertice dell'angolo ed il punto di intersezione con il lato opposto.

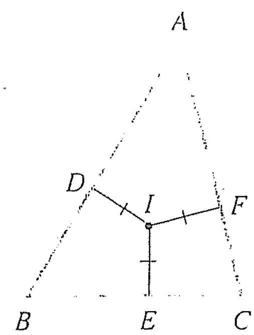
Ogni triangolo ha tre bisettrici, una relativa a ciascun angolo: esse si incontrano in un punto I *che si dice* **incentro** *del triangolo.*



Poiché le bisettrici sono sempre interne al triangolo, anche *l'incentro è sempre interno al triangolo.*

Se si tracciano le distanze dell'incentro I dai tre lati del triangolo, cioè i segmenti ID, IE ed IF, si può verificare misurando con un righello che

$$ID = IE = IF$$



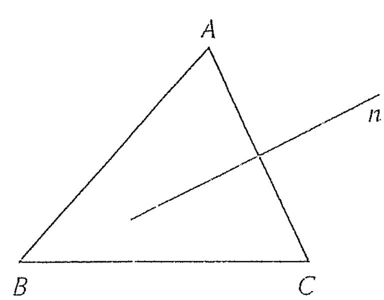
Ciò significa che:

L'incentro di un triangolo è equidistante dai suoi lati.

4.11 Assi dei lati di un triangolo. Circocentro

Dato il triangolo ABC, si tracci l'asse del suo lato AC, che è la retta n perpendicolare ad AC nel suo punto medio N. La retta n si dice asse del triangolo relativo al lato AC.

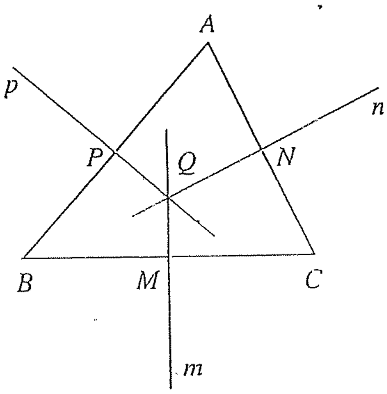
Ogni triangolo ha tre lati e, quindi, tre assi: essi si incontrano in un punto Q *che si dice* circocentro *del triangolo.*



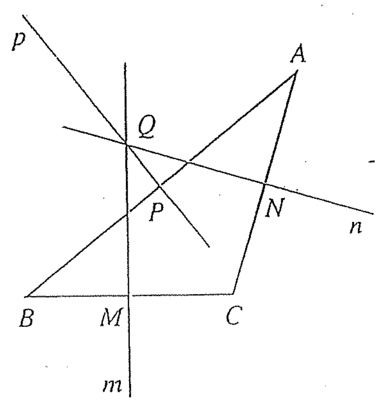
Esercizi da pag. 200 a pag. 215

4

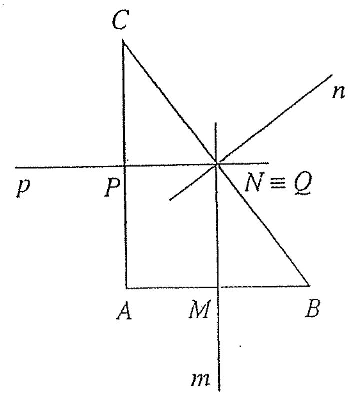
Se si tracciano i tre assi di un triangolo acutangolo, di un triangolo ottusangolo e di un triangolo rettangolo, si può verificare che il circocentro Q è interno nel triangolo acutangolo, esterno nel triangolo ottusangolo e coincide con il punto medio dell'ipotenusa nel triangolo rettangolo.



Nel triangolo acutangolo il circocentro è interno



Nel triangolo ottusangolo il circocentro è esterno



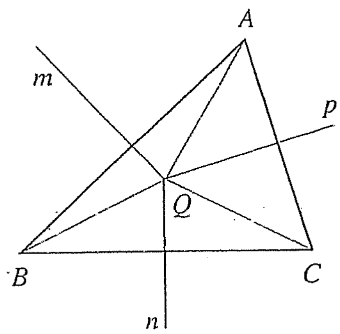
Nel triangolo rettangolo il circocentro coincide con il punto medio dell'ipotenusa

Dato un triangolo qualsiasi ABC, il cui circocentro sia Q, si può verificare, misurando con un righello, che:

$$QA = QB = QC$$

ciò significa che:

Il circocentro di un triangolo è equidistante dai vertici.

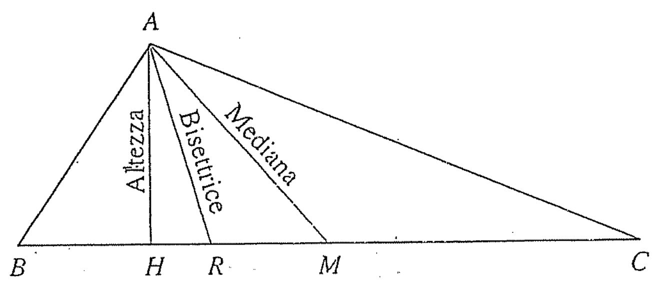


Nei paragrafi precedenti sono stati individuati quattro punti di un triangolo, che per la loro importanza si chiamano **punti notevoli di un triangolo**. Essi sono:

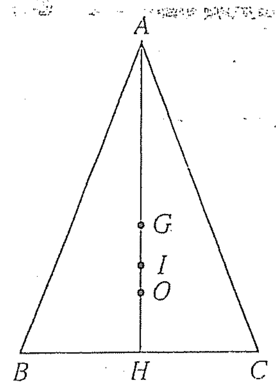
*l'***ortocentro**	*punto di intersezione delle altezze (o dei loro prolungamenti);*
il **baricentro**	*punto di intersezione delle mediane;*
*l'***incentro**	*punto di intersezione delle bisettrici;*
il **circocentro**	*punto di intersezione degli assi dei lati.*

È stata inoltre stabilita la posizione di ciascun punto notevole a seconda del tipo di triangolo.

In generale, l'altezza, la mediana e la bisettrice, condotte per uno stesso vertice di un triangolo, sono tre segmenti distinti.



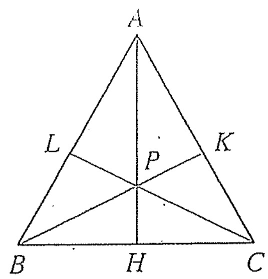
In ogni triangolo isoscele ABC di base BC, l'altezza, la mediana e la bisettrice, condotte per il vertice A, coincidono in un unico segmento AH. Quindi l'ortocentro, il baricentro e l'incentro appartengono tutti a tale segmento.



Esercizi da pag. 200 a pag. 215

4

In ogni triangolo equilatero, che è un particolare triangolo isoscele, le tre altezze, le tre mediane e le tre bisettrici coincidono e si incontrano in un punto P, che è contemporaneamente ortocentro, baricentro ed incentro.



P è ortocentro, baricentro ed incentro del triangolo equilatero ABC

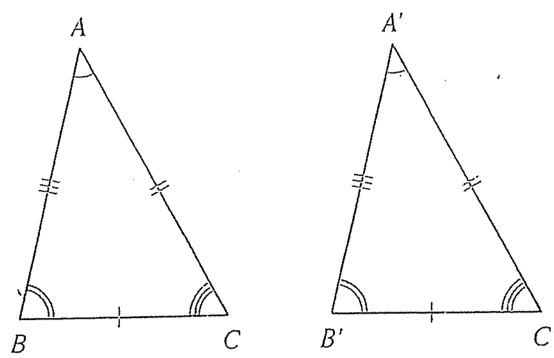
4.12 Congruenza di triangoli

Il concetto di congruenza delle figure geometriche applicato ai triangoli conduce alla seguente definizione:

Due triangoli si dicono *congruenti* se è possibile, mediante un movimento rigido, farli coincidere.

Dati due triangoli congruenti ABC ed $A'B'C'$, si può fare in modo, mediante un movimento rigido, che essi vengano a coincidere: conseguentemente coincidono rispettivamente i vertici, i lati e gli angoli corrispondenti. Si ha:

$$AB = A'B' \qquad \widehat{A} = \widehat{A'}$$
$$BC = B'C' \qquad \widehat{B} = \widehat{B'}$$
$$CA = C'A' \qquad \widehat{C} = \widehat{C'}$$



Triangoli congruenti

Quindi, per stabilire che due triangoli sono congruenti, occorre verificare che i tre lati ed i tre angoli dell'uno siano congruenti ai tre lati ed ai tre angoli dell'altro. Esistono tuttavia delle semplici regole, dette *criteri di congruenza dei triangoli*, che consentono di stabilire la congruenza di due triangoli quando essi hanno rispettivamente congruenti tre soli elementi (fra lati ed angoli) opportunamente scelti.

4.13 Criteri di congruenza dei triangoli

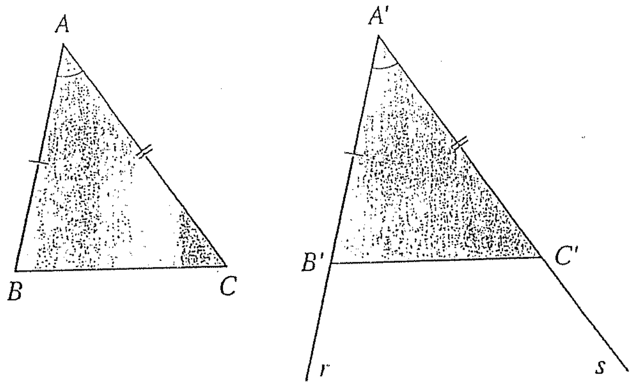
Esercizi da pag. 200 a pag. 215

Dato il triangolo ABC, si disegni un angolo $\widehat{A'}$ congruente all'angolo $\widehat{A}$ e si portino sui lati di tale angolo i segmenti:

$$A'B' = AB \qquad \text{ed} \qquad A'C' = AC$$

Se si congiunge B' con C', si ottiene il triangolo $A'B'C'$.

$$AB = A'B'$$
$$AC = A'C'$$
$$\widehat{A} = \widehat{A'}$$



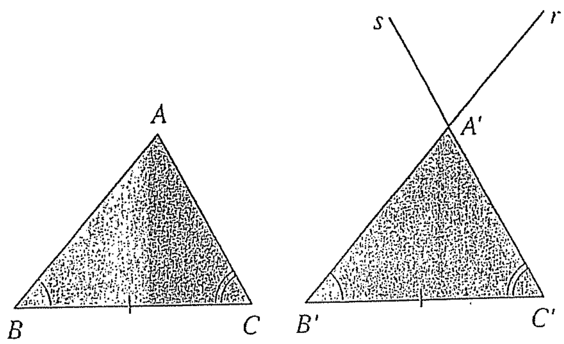
I due triangoli ABC ed $A'B'C'$ hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo fra essi compreso.

Se si ritaglia il triangolo $A'B'C'$, si osserva che esso si può fare coincidere con il triangolo ABC e, quindi, è congruente ad esso. Si può enunciare il:

Primo criterio di congruenza dei triangoli. **Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo compreso.**

Dato il triangolo ABC, si disegni il segmento $B'C' = BC$ e si costruiscano gli angoli $\widehat{B'}$ e $\widehat{C'}$ ad esso adiacenti e congruenti rispettivamente agli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$. I lati non comuni r ed s di tali angoli si intersecano in A' che, unitamente a B' e C', determina il triangolo $A'B'C'$.

$$BC = B'C'$$
$$\widehat{B} = \widehat{B'}$$
$$\widehat{C} = \widehat{C'}$$



I triangoli ABC ed $A'B'C'$ hanno congruenti rispettivamente un lato ed i due angoli ad esso adiacenti. Se si ritaglia il triangolo $A'B'C'$, si osserva che esso si può fare coincidere con il triangolo ABC e, quindi, è congruente ad esso. Si può enunciare il:

Secondo criterio di congruenza dei triangoli. **Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti un lato ed i due angoli ad esso adiacenti.**

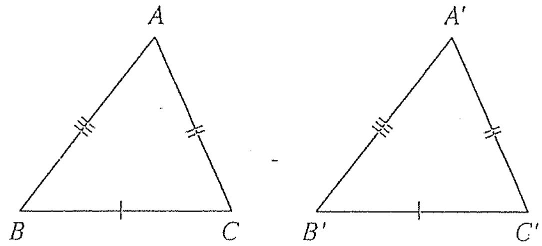
Si costruisca un triangolo con tre listelli del meccano di lunghezza opportuna; se si costruisce un altro triangolo con tre listelli rispettivamente congruenti ai precedenti, esso si può fare coincidere con quello prima costruito.

Ciò significa che la congruenza rispettiva di tre lati è sufficiente per affermare la congruenza dei due triangoli.

$AB = A'B'$

$BC = B'C'$

$CA = C'A'$



Si può enunciare il:

Esercizi da pag. 200 a pag 215

Terzo criterio di congruenza dei triangoli. Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti i tre lati.

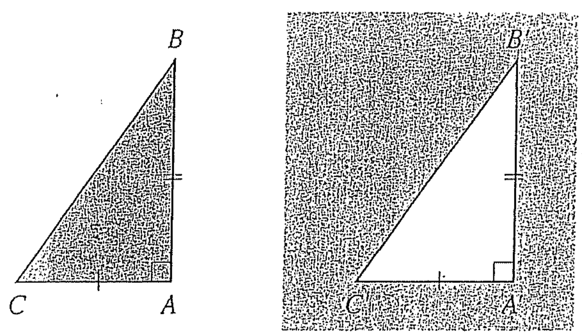
APPROFONDIMENTI: OSSERVAZIONI SUI CRITERI DI CONGRUENZA DEI TRIANGOLI (PAG. 148)

Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli

I criteri di congruenza dei triangoli assumono forme particolari per i triangoli rettangoli, che hanno sempre un angolo congruente e cioè quello retto.

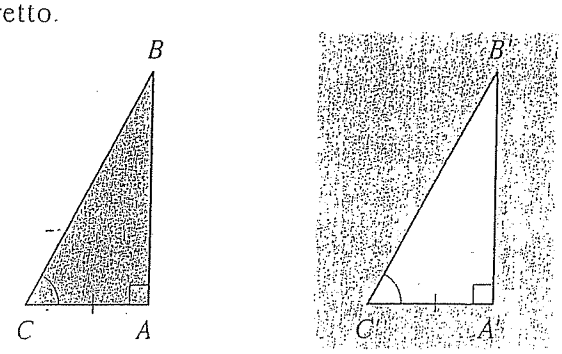
1. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti i due cateti.

I due triangoli risultano congruenti per il primo criterio di congruenza dei triangoli, avendo rispettivamente congruenti due lati e l'angolo compreso, cioè quello retto.



2. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti un cateto e l'angolo acuto ad esso adiacente.

I due triangoli risultano congruenti per il secondo criterio di congruenza, avendo rispettivamente congruenti un lato (cateto) ed i due angoli ad esso adiacenti: uno è quello acuto e l'altro quello retto.

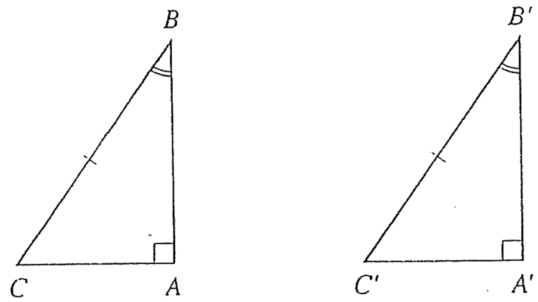


3. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti l'ipotenusa ed un angolo acuto.

I due triangoli risultano congruenti per il secondo criterio di congruenza, avendo rispettivamente congruenti un lato (ipotenusa) ed i due angoli ad esso adiacenti. I due triangoli rettangoli, infatti, hanno necessariamente congruente anche l'altro angolo acuto perché complementare di quello dato.

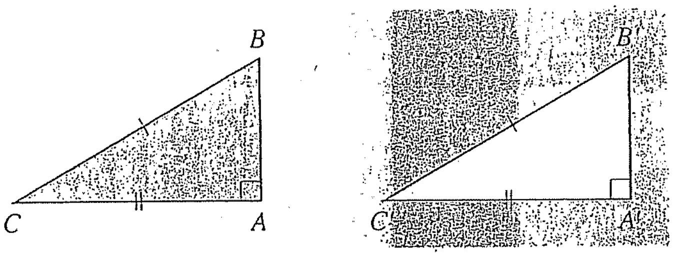
Esercizi da pag. 200 a pag. 215

4

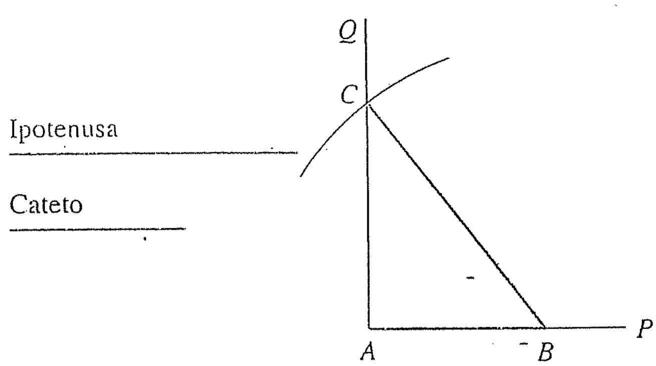


4. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti l'ipotenusa ed un cateto.

Il quarto criterio di congruenza dei triangoli rettangoli non è un caso particolare di uno dei tre criteri generali di congruenza. La costruzione di un triangolo rettangolo, dati l'ipotenusa ed un cateto, non presenta difficoltà. Dato, ad esempio, l'angolo retto $P\widehat{A}Q$, si porti su un suo lato, ad esempio su AP, a partire dal vertice A, il segmento AB congruente al cateto assegnato. Successivamente, con centro in B e con raggio congruente all'ipotenusa, si tracci un arco di circonferenza che interseca in C l'altro lato dell'angolo.



Il triangolo richiesto è il triangolo ABC. È importante osservare che tale triangolo è unico; infatti, se si ripete più volte la costruzione indicata, si trovano altri triangoli che si possono far coincidere con quello ottenuto la prima volta e che, quindi, sono congruenti ad esso.



Scheda di verifica

1/4 1. Quando un triangolo si dice isoscele e quando si dice equilatero? ....

....

....

1/4 2. Come si classificano i triangoli rispetto agli angoli? ....

....

....

1/4 3. Definite l'altezza di un triangolo relativa ad un lato. ....

....

1/4 4. Completate le seguenti frasi:

In un triangolo il punto di intersezione

a) delle tre altezze si dice ....

b) delle tre mediane si dice ....

c) delle tre bisettrici si dice ....

d) dei tre assi si dice ....

2/4 5. Quali sono le possibili posizioni del circocentro di un triangolo?

Se il triangolo è

a) acutangolo ....

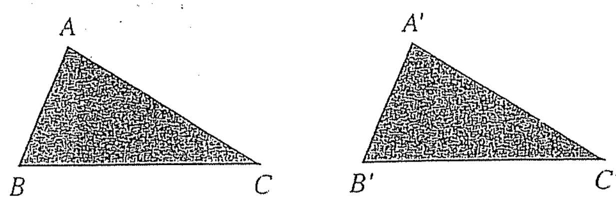
b) ottusangolo ....

c) rettangolo ....

2/4 6. Quali punti notevoli sono sempre interni ad un triangolo? ....

....

1 2 7. Dati i triangoli congruenti ABC ed $A'B'C'$, scrivete opportune uguaglianze che esprimano



il 1° criterio di congruenza ....

il 2° criterio di congruenza ....

il 3° criterio di congruenza ....

1 3 8. Il primo criterio di congruenza dei triangoli rettangoli afferma che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti i due cateti. Perché tale criterio è un caso particolare del primo criterio di congruenza dei triangoli?

....

....

....

1 9. Qual è il criterio di congruenza dei triangoli rettangoli che non è un caso particolare di uno dei tre criteri di congruenza dei triangoli? Scrivete tale criterio. .....

....

....

1 3 10. Due triangoli rettangoli aventi rispettivamente un angolo acuto e le ipotenuse congruenti sono congruenti? In caso affermativo, indicate per quale criterio. ....

....

....

Valutazione della scheda

Criterio		*Numero esercizio*				*Giudizio*				*G.M.*
1	Conoscenza degli elementi specifici della disciplina	1	2	3	4					
		7	8	9	10					
2	Osservazione di fatti, individuazione e applicazione di relazioni, proprietà, procedimenti	5	6	7						
3	Identificazione e comprensione di problemi, formulazione di ipotesi e di soluzioni	8	10							
4	Comprensione ed uso dei linguaggi specifici	1	2	3	4					
		5	6							
Giudizio complessivo										

i protagonisti

Eulero

4

Leonardo Eulero nacque a Basilea il 15 aprile 1707 e morì a Pietroburgo il 7 settembre 1783.

Egli scrisse moltissimo: si pensi che occorrerebbero sessanta o settanta grossi volumi per raccogliere tutte le sue opere.

Sottopose a revisione e modifiche quasi tutti i rami della matematica, dove lasciò l'impronta profonda del suo ingegno.

Chiamato a Pietroburgo dall'imperatrice Caterina, divenne, a meno di trent'anni, professore all'Accademia russa; successivamente passò a Berlino, invitato da Federico il Grande, per ritornare più tardi in Russia, ove rimase sino alla morte.

Di lui il fisico ed astronomo Arago disse: «Eulero calcolava senza sforzo apparente; così, come gli uomini respirano e le aquile volano nel vento».

CAPITOLO 5

I poligoni

PREREQUISITI • Conoscenza delle spezzate e degli angoli.

OBIETTIVI • Acquisire il concetto di poligono: denominazioni e proprietà. • Conoscere i quadrilateri e le loro proprietà; quadrilateri particolari.

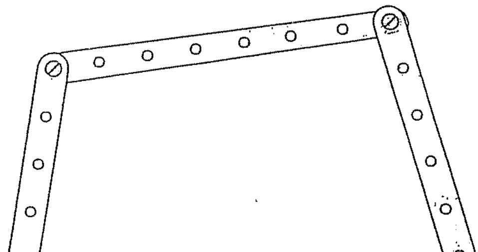
Esercizi da pag. 216 a pag. 244

5.1 I poligoni

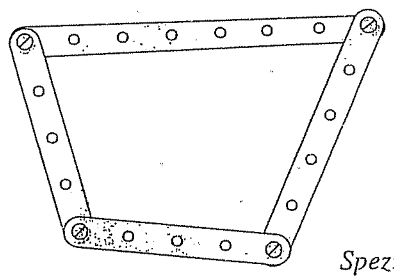
Se si collegano a due a due alcuni listelli del meccano, in modo che il secondo sia collegato al primo, il terzo al secondo e così via, si ottengono modelli di spezzate aperte e chiuse.

Di particolare interesse sono le **spezzate semplici chiuse**.

È opportuno ricordare che *semplice* significa *non intrecciata* e cioè tale che due lati non consecutivi non si intersecano.



Spezzata semplice aperta



Spezzata semplice chiusa

Ogni spezzata chiusa divide il piano in due parti, una finita, detta **poligono**, e l'altra infinita.

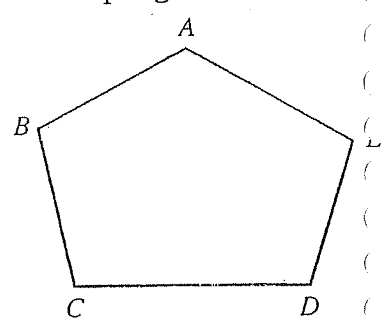
Si dice *poligono* la parte finita di piano limitata da una spezzata chiusa che si considera appartenente al poligono.

La spezzata costituisce il **contorno** del poligono; i punti A, B, C, D, E si dicono **vertici** del poligono ed i segmenti AB, BC, CD, DE, EA si dicono **lati** del poligono.

Due lati aventi un vertice in comune si dicono **consecutivi**.

Due vertici appartenenti ad uno stesso lato si dicono **consecutivi**.

Ad esempio, i lati AB e BC sono consecutivi ed i vertici A e B sono consecutivi.

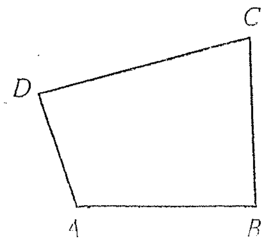


Un poligono si indica elencando le lettere dei suoi vertici nell'ordine in cui si susseguono nel contorno. Ad esempio, con riferimento al disegno, si ha il poligono $ABCDE$.

Si dice *perimetro* di un poligono la somma dei suoi lati.

5.2 Relazioni fra i lati di un poligono

È noto che ogni segmento è minore della somma dei lati di qualsiasi spezzata che ne unisce gli estremi. Nel poligono $ABCD$ il lato AB è minore della somma dei lati della spezzata $ABCD$, cioè della somma di tutti gli altri lati del poligono stesso.



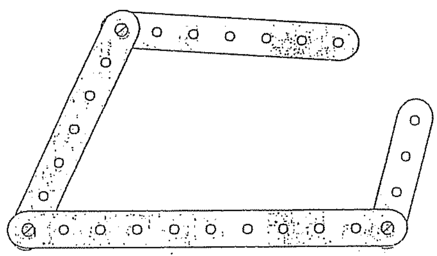
$AB < BC + CD + DA$

Esercizi da pag. 216 a pag. 244

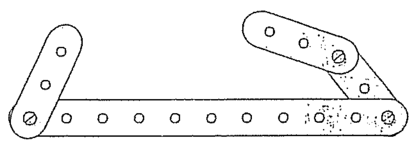
5

Ciascun lato di ogni poligono è minore della somma di tutti gli altri lati.

Ricorrendo ai modelli materiali di poligoni, la proprietà può essere verificata in modo concreto. Si osservi che con tre o più listelli non è sempre possibile costruire una spezzata chiusa. Infatti, affinché la spezzata si possa chiudere, è necessario che ogni listello abbia lunghezza minore della somma delle lunghezze di tutti gli altri listelli.



Si può chiudere

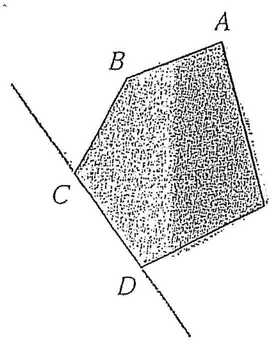


Non si può chiudere

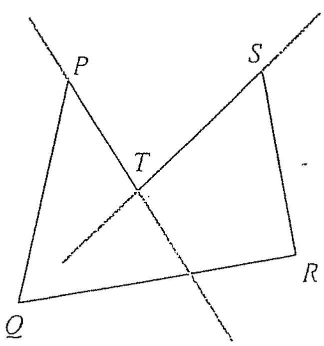
5.3 Poligoni convessi e poligoni concavi

Si osservino i due poligoni rappresentati nel disegno: essi presentano una diversa caratteristica. Nel poligono $ABCDE$, nessuno dei prolungamenti dei lati attraversa il poligono e cioè il poligono si trova nello stesso semipiano rispetto a ciascuna delle rette cui appartiene un suo lato. Il poligono $ABCDE$ si dice convesso.

Nel poligono $PQRST$, invece, ciò non accade, perché esso risulta attraversato dalle rette di qualche suo lato e precisamente dalle rette dei lati ST e TP . Il poligono $PQRST$ si dice concavo.



Poligono convesso



Poligono concavo

Un poligono si dice *convesso* se si trova tutto da una stessa parte rispetto a ciascuna delle rette cui appartiene un suo lato; in caso contrario, e cioè se è attraversato dalle rette di qualche suo lato, si dice *concavo*.

Nel nostro studio saranno esaminati soltanto poligoni convessi (salvo esplicito avviso contrario), per cui dicendo *poligono* si intende senz'altro un poligono convesso.

Esercizi da pag. 216 a pag. 244

5.4 Denominazione dei poligoni

Ogni poligono (convesso) ha tanti lati e tanti angoli quanti sono i suoi vertici. Esso prende il nome dal numero dei suoi lati o dei suoi angoli. Un poligono ha almeno tre lati e, pertanto, il triangolo è il poligono che ha il minor numero di lati. I poligoni si possono, quindi, classificare a seconda del numero dei lati.

Nella seguente tabella sono riportati i nomi di alcuni poligoni; gli altri poligoni non hanno nomi particolari e si indicano citando il numero dei lati: si dice, ad esempio, poligono di 13 lati, poligono di 19 lati, poligono di 23 lati, e così via.

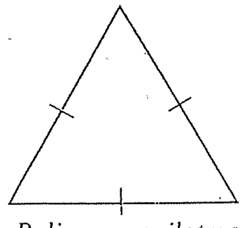
Triangolo	poligono di 3 lati	**Ennagono**	poligono di 9 lati
Quadrilatero o quadrangolo	poligono di 4 lati	**Decagono**	poligono di 10 lati
Pentagono	poligono di 5 lati	**Endecagono**	poligono di 11 lati
Esagono	poligono di 6 lati	**Dodecagono**	poligono di 12 lati
Ettagono	poligono di 7 lati	**Pentadecagono**	poligono di 15 lati
Ottagono	poligono di 8 lati	**Icosagono**	poligono di 20 lati

I poligoni si possono anche classificare in base alle proprietà dei loro lati e dei loro angoli:

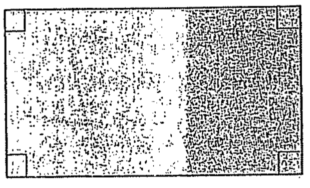
Un poligono si dice *equilatero* se ha tutti i lati congruenti.

Un poligono si dice *equiangolo* se ha tutti gli angoli congruenti.

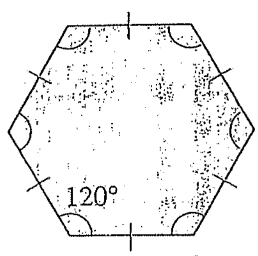
Un poligono si dice *regolare* se è equilatero ed equiangolo e cioè se ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti.



Poligono equilatero

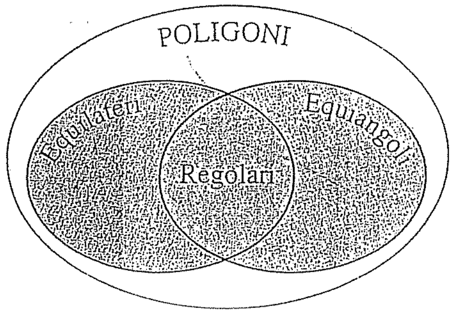


Poligono equiangolo



Poligono regolare

L'intersezione dell'insieme dei poligoni equilateri e dell'insieme dei poligoni equiangoli è l'insieme dei poligoni regolari, come risulta dal diagramma di Venn.



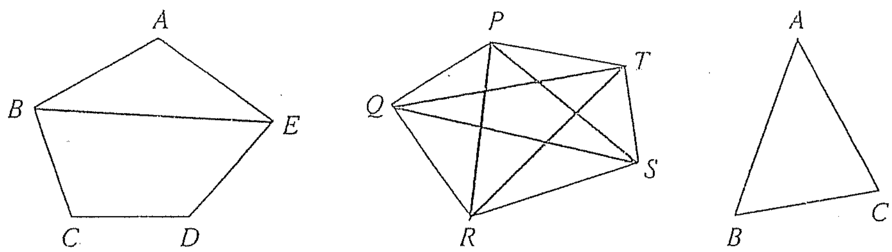
Esercizi da pag. 216 a pag 2??

5

5.5 Diagonali di un poligono

Si dice *diagonale* di un poligono ogni segmento che unisce due suoi vertici non consecutivi.

Nel poligono $ABCDE$ una diagonale è BE. Del poligono $PQRST$ sono state tracciate tutte le diagonali: PR, PS, QS, QT, RT. Evidentemente il triangolo non ha diagonali.



La seguente formula consente di calcolare il numero d delle diagonali di un qualsiasi poligono di n lati e, quindi, di n vertici.

$$d = \frac{n \times (n-3)}{2}$$

Per il triangolo $n = 3,\ d = \dfrac{3 \times (3-3)}{2} = 0$	Per il pentagono $n = 5,\ d = \dfrac{5 \times (5-3)}{2} = 5$
Per il quadrilatero $n = 4,\ d = \dfrac{4 \times (4-3)}{2} = 2$	Per l'esagono $n = 6,\ d = \dfrac{6 \times (6-3)}{2} = 9$

Da ogni vertice di un poligono, si possono tracciare

$(n-3)$ diagonali

Infatti tale vertice deve essere congiunto con tutti gli altri vertici, fatta eccezione di se stesso e dei due vertici consecutivi.

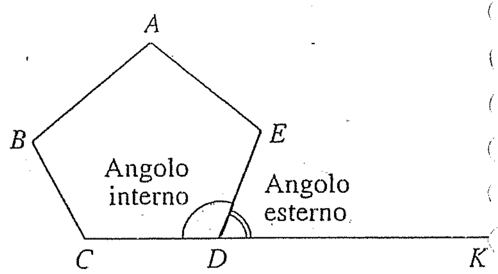
5.6 Angoli interni ed angoli esterni di un poligono

Si dice *angolo interno* o semplicemente *angolo* di un poligono ogni angolo formato da due lati consecutivi.

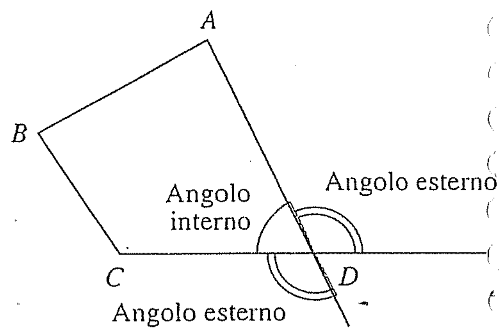
Si dice *angolo esterno* di un poligono ogni angolo adiacente ad un angolo interno del poligono.

Esercizi da pag. 216 a pag. 244

Si osservi che ogni angolo esterno, essendo adiacente all'angolo interno che ha lo stesso vertice, è supplementare di tale angolo.

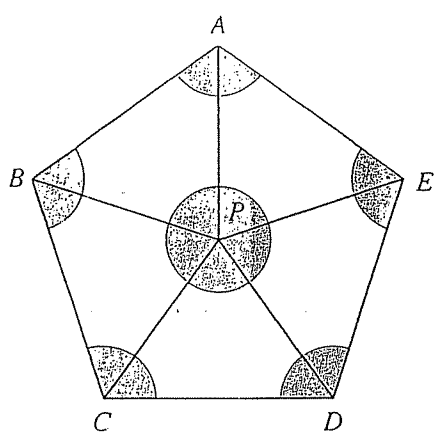


Per ogni vertice si hanno due angoli esterni, uno per ogni lato che si prolunga, che sono congruenti fra loro, perché opposti al vertice.



5.7 Somma degli angoli interni di un poligono

Dato un poligono, ad esempio il pentagono $ABCDE$, si consideri un punto P interno ad esso e lo si congiunga con ciascun vertice. Il pentagono risulta scomposto in 5 triangoli.



Risulta che:

a) La somma degli angoli interni dei 5 triangoli è di 5 angoli piatti.
b) La somma degli angoli di vertice P è un angolo giro e cioè 2 angoli piatti.
c) La somma degli angoli interni del pentagono si ottiene sottraendo dalla somma degli angoli interni dei triangoli la somma degli angoli di vertice P, che è di due angoli piatti. Indicando con S_i la somma degli angoli interni del pentagono, si ha:

$$S_i = 5 \text{ angoli piatti} - 2 \text{ angoli piatti}$$

che si scrive nel modo seguente:

$$S_i = (5 - 2) \text{ angoli piatti la cui misura è } 3 \times 180° = 540°$$

Esercizi da pag. 216 a pag. 244

5

Per un esagono, si ha:

$$S_i = (6 - 2) \text{ angoli piatti la cui misura è } 4 \times 180° = 720°$$

Per un ettagono, si ha:

$$S_i = (7 - 2) \text{ angoli piatti la cui misura è } 5 \times 180° = 900°$$

Si può quindi concludere che la somma degli angoli interni di un poligono di n lati è:

$$\boxed{S_i = (n - 2) \text{ angoli piatti}}$$

la cui misura è

$$(n - 2) \times 180°$$

Per esercizio si applichi la formula ottenuta ad un poligono di 27 lati.

$$S_i = (27 - 2) \text{ angoli piatti la cui misura è } 25 \times 180° = 4.500°$$

5.8 Somma degli angoli esterni di un poligono

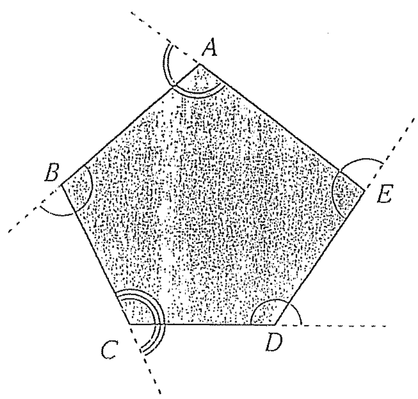
Si consideri il pentagono *ABCDE*; si sa che la somma di ciascun angolo esterno e dell'angolo interno ad esso adiacente è un angolo piatto.

La somma S di tutti gli angoli interni ed esterni del pentagono è pertanto di 5 angoli piatti:

$$S_t = 5 \text{ angoli piatti}(*)$$

la cui misura è:

$$S_t = 5 \times 180°$$



(*) In generale, se n è il numero dei lati del poligono, la somma S_t di tutti gli angoli interni ed esterni è:

$$\boxed{S_t = n \text{ angoli piatti}}$$

la cui misura è:

$$S_t = n \times 180°$$

Poiché la somma degli angoli interni di un pentagono è di 3 angoli piatti, si può calcolare la somma degli angoli esterni del pentagono, sottraendo da 5 angoli piatti la somma degli angoli interni:

$$S_e = S_t - S_i = 5 \text{ angoli piatti} - 3 \text{ angoli piatti} = 2 \text{ angoli piatti}$$

la cui misura è $2 \times 180° = 360°$

Se si ripete il ragionamento per un poligono con un numero qualsiasi di lati, ad esempio per un decagono, si trova che la somma degli angoli esterni è ancora 2 angoli piatti.

$$S_e = 10 \text{ angoli piatti} - 8 \text{ angoli piatti} = 2 \text{ angoli piatti}$$

Esercizi da pag. 216 a pag. 244

la cui misura è $2 \times 180° = 360°$. Ciò significa che:

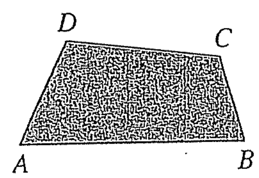
5

La somma degli angoli esterni di un poligono è due angoli piatti, cioè misura 360°, qualunque sia il numero dei lati.

Questo risultato non deve destare sorpresa: è vero, infatti, che aumentando il numero dei lati del poligono aumenta anche il numero degli angoli esterni da addizionare, ma tali angoli diventano sempre più piccoli.

5.9 Quadrilateri

Si dice *quadrilatero* o *quadrangolo* ogni poligono avente quattro lati.



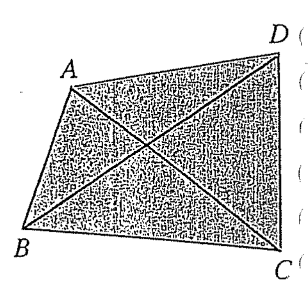
In ogni quadrilatero due lati non consecutivi (non aventi cioè un estremo in comune) si dicono **opposti**; sono opposti, ad esempio, i lati AB e CD e così pure sono opposti i lati BC e DA.

Allo stesso modo due vertici di un quadrilatero si dicono **opposti** se non sono consecutivi, cioè se non appartengono ad uno stesso lato. Sono opposti i vertici A e C ed i vertici B e D.

Due angoli si dicono opposti se lo sono i loro vertici.

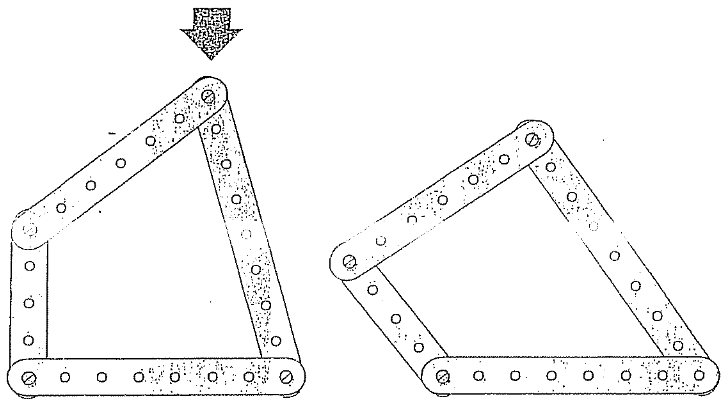
Sono opposti gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$ e gli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$.

Lati opposti:	Vertici opposti:	Angoli opposti:
AB e CD	A e C	$\widehat{A}$ e $\widehat{C}$
BC e DA	B e D	$\widehat{B}$ e $\widehat{D}$



Ogni quadrilatero ha due diagonali.

Per lo studio dei *quadrilateri* si possono utilizzare i soliti modelli costruiti con i listelli del meccano. Si rileva che il quadrilatero non è rigido perché, esercitando una leggera pressione su un lato o su un vertice, esso si deforma e cioè assume forme diverse, pur conservando inalterate le lunghezze dei lati.



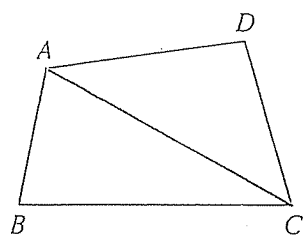
Esercizi da pag. 216 a pag 244

5

È noto che con quattro listelli non è sempre possibile costruire un quadrilatero: affinché ciò sia possibile è necessario che ognuno dei listelli sia minore della somma di tutti gli altri.

In ogni quadrilatero ciascun lato è minore della somma di tutti gli altri.

Poiché ogni quadrilatero è diviso in due triangoli da ciascuna delle sue diagonali e poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto, si ha che:

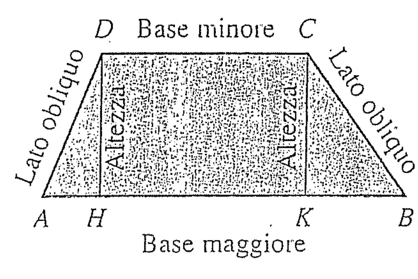


La somma degli angoli interni di ogni quadrilatero è di due angoli piatti, cioè misura 360°.

5.10 Trapezio

Si dice *trapezio* ogni quadrilatero avente due lati opposti paralleli.

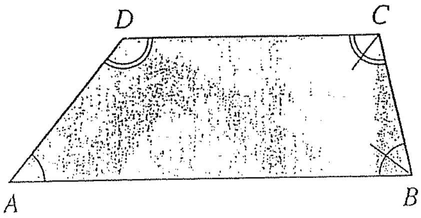
I lati paralleli AB e CD non congruenti si dicono **base maggiore** e **base minore**. I lati non paralleli AD e BC si dicono **lati obliqui** del trapezio. La distanza fra le rette parallele cui appartengono le due basi si dice **altezza** del trapezio.



In ogni trapezio sono supplementari gli angoli i cui vertici sono estremi di uno stesso lato obliquo.

Ad esempio, nel trapezio $ABCD$ gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{D}$ sono supplementari perché coniugati interni rispetto alle parallele AB e DC tagliate dalla trasversale AD. Anche gli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ sono supplementari, perché coniugati interni rispetto alle parallele AB e DC tagliate dalla trasversale BC:

Esercizi
da pag. 216
a pag. 244



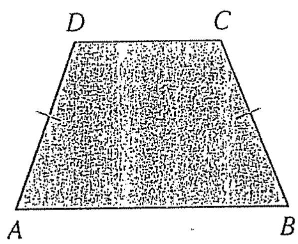
$$\widehat{A} + \widehat{D} = 180°$$
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180°$$

5

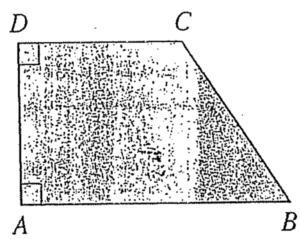
5.11 Trapezio isoscele, trapezio rettangolo, trapezio scaleno

Esistono tre tipi di trapezi:

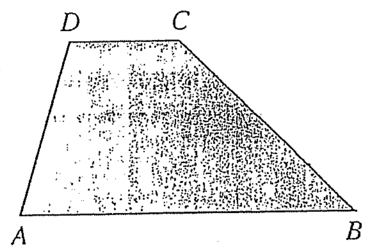
— il **trapezio isoscele**, che ha i lati obliqui congruenti;
— il **trapezio rettangolo**, che ha un lato obliquo perpendicolare alle basi (cioè ha due angoli retti);
— il **trapezio scaleno**, che ha i lati obliqui non congruenti e non perpendicolari alle basi.



Trapezio isoscele



Trapezio rettangolo



Trapezio scaleno

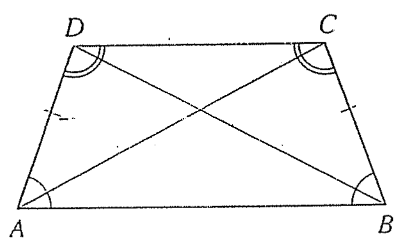
Il trapezio isoscele ha le seguenti proprietà:

— *le diagonali sono congruenti:*

$$AC = BD$$

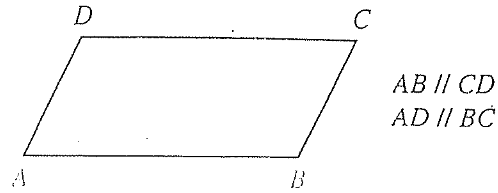
— *gli angoli adiacenti a ciascuna base sono congruenti:*

$$\widehat{A} = \widehat{D} \quad \text{e} \quad \widehat{B} = \widehat{C}$$



5.12 Parallelogrammi

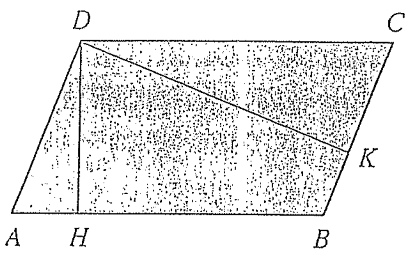
Si dice *parallelogrammo* ogni quadrilatero avente i lati opposti paralleli.



Esercizi da pag. 216 a pag. 244

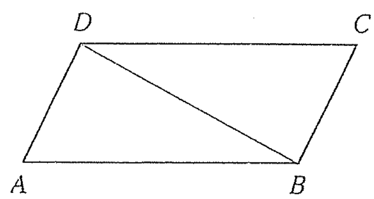
5

*In ogni parallelogrammo ciascun lato può essere considerato come base; l'*altezza *è la distanza fra la base ed il lato opposto.* Se, ad esempio, nel parallelogrammo $ABCD$ si considera come base il lato AB, l'altezza è DH. Se, invece, si considera come base il lato BC, l'altezza è DK.



5.13 Proprietà dei parallelogrammi

Si costruisca un modello di parallelogrammo mediante un cartoncino e lo si ritagli lungo una diagonale, ad esempio lungo la diagonale DB. Mediante il movimento si può rilevare che i due triangoli si possono fare coincidere e sono, quindi, congruenti. Ciò significa che:



Ogni parallelogrammo è diviso da ciascuna diagonale in due triangoli congruenti.

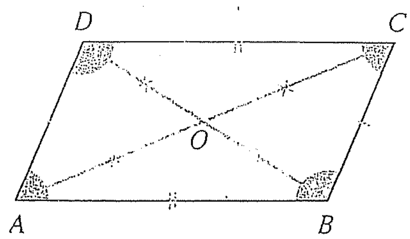
I parallelogrammi godono di altre proprietà, che si possono verificare facilmente usando il rapportatore e la riga graduata.

a) i lati opposti sono congruenti:

$AB = DC \qquad AD = BC$

b) gli angoli opposti sono congruenti:

$\widehat{A} = \widehat{C} \qquad \widehat{B} = \widehat{D}$



c) le diagonali si dimezzano scambievolmente:

$AO = OC \qquad DO = OB$

d) gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari:

$\widehat{A} + \widehat{B} = 180° \qquad \widehat{C} + \widehat{D} = 180°$

$\widehat{A} + \widehat{D} = 180° \qquad \widehat{C} + \widehat{B} = 180°$

Queste proprietà sono caratteristiche dei parallelogrammi, nel senso che è sufficiente che un quadrilatero verifichi una sola di esse per poter affermare che è un parallelogrammo. Ad esempio, se un quadrilatero ha i lati opposti congruenti, esso è un parallelogrammo.

Inoltre, *per affermare che un quadrilatero è un parallelogrammo, basta sapere che esso ha una coppia di lati opposti congruenti e paralleli.*

Nei paragrafi seguenti saranno studiati alcuni parallelogrammi particolari:

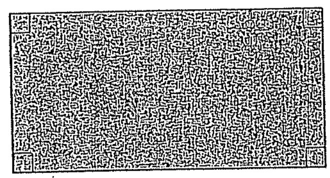
il rettangolo **il rombo** **il quadrato**

Esercizi da pag. 216 a pag. 244

5

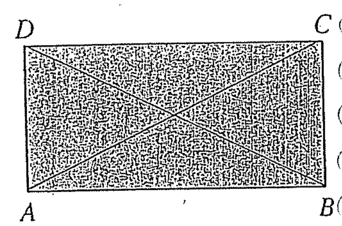
5.14 Rettangolo

Si dice *rettangolo* ogni parallelogrammo avente tutti gli angoli retti.



Due lati consecutivi come AB e BC si dicono **dimensioni** del rettangolo. È evidente che, considerando AB come **base**, l'altezza ad essa relativa è il lato perpendicolare BC (o DA).

Dato un qualsiasi rettangolo $ABCD$, si può constatare che, oltre alle proprietà comuni a tutti i parallelogrammi, esso ha anche le diagonali congruenti.



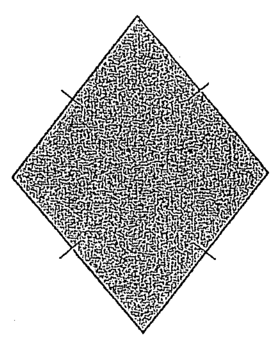
Le diagonali di ogni rettangolo sono congruenti.

Tale proprietà è caratteristica dei rettangoli, nel senso che:

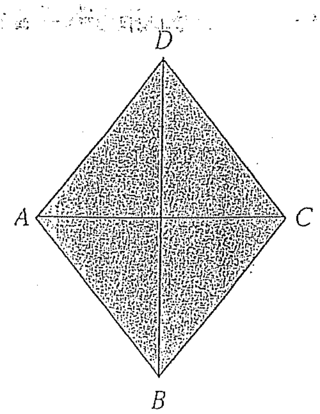
Ogni parallelogrammo avente le diagonali congruenti è un **rettangolo.**

5.15 Rombo

Si dice *rombo* ogni parallelogrammo equilatero, avente cioè tutti i lati congruenti.



Dopo aver disegnato il rombo $ABCD$, si può verificare con la squadra o con il rapportatore che le sue diagonali AC e BD sono perpendicolari. Per il rombo, oltre alle proprietà generali dei parallelogrammi, vale anche la seguente:



Esercizi da pag. 216 a pag. 244

5

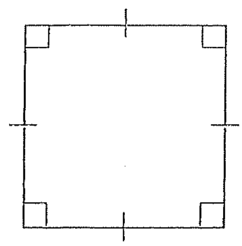
Le diagonali di ogni rombo sono perpendicolari.

La proprietà enunciata è caratteristica dei rombi, nel senso che:

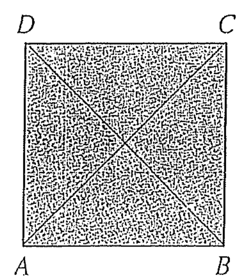
Ogni parallelogrammo avente le diagonali perpendicolari è un **rombo**.

5.16 Quadrato

Si dice *quadrato* ogni parallelogrammo equilatero ed equiangolo, avente cioè tutti i lati congruenti e tutti gli angoli congruenti, quindi retti.



Ogni quadrato è quindi contemporaneamente rettangolo, perché ha tutti gli angoli retti, e rombo, perché ha tutti i lati congruenti.



Poiché le diagonali del rettangolo sono congruenti e quelle del rombo sono perpendicolari, si può affermare che:

Le diagonali di ogni quadrato sono congruenti e perpendicolari.

La proprietà enunciata è caratteristica dei quadrati, nel senso che:

Ogni parallelogrammo avente le diagonali congruenti e perpendicolari è un quadrato.

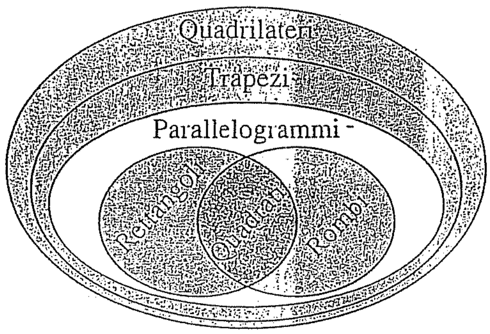
Il quadrato è un poligono *regolare* perché equilatero (ha tutti i lati congruenti) ed equiangolo (ha tutti gli angoli congruenti).

Classificazione dei quadrilateri

Esercizi
da pag. 216
a pag. 244

5

È stata rappresentata con diagrammi di Venn la classificazione dei quadrilateri.



Si osserva che:

— L'insieme dei trapezi (quadrilateri aventi due lati opposti paralleli) è un sottoinsieme dell'insieme dei quadrilateri.
— L'insieme dei parallelogrammi (quadrilateri aventi due coppie di lati opposti paralleli) è un sottoinsieme dell'insieme dei trapezi.
— L'insieme dei rettangoli (parallelogrammi equiangoli) è un sottoinsieme dell'insieme dei parallelogrammi.
— L'insieme dei rombi (parallelogrammi equilateri) è un sottoinsieme dell'insieme dei parallelogrammi.
— L'insieme dei quadrati (parallelogrammi equiangoli ed equilateri) è un sottoinsieme dell'insieme dei parallelogrammi ed è l'intersezione dell'insieme dei rettangoli e dell'insieme dei rombi.

5

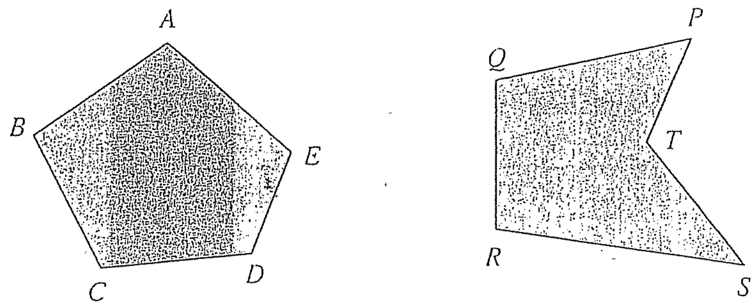
Scheda di verifica

4 1. Che cosa si intende per poligono? ....

....

....

2 4 2. Nei disegni sono rappresentati due poligoni $ABCDE$ e $PQRST$; il primo è convesso ed il secondo concavo. Che cosa significa ciò?



....

....

....

....

1 4 3. Quando un poligono si dice:

a) equilatero? ....

b) equiangolo? ....

c) regolare? ....

2 3 4. È possibile costruire un poligono avente rispettivamente i lati di 23 cm, 36 cm, 42 cm, 50 cm, 151 cm? Perché?

....

....

....

1 2 5. Scrivete la formula per il calcolo del numero delle diagonali di un poligono ed applicatela all'ettagono (7 lati), al decagono (10 lati) ed al poligono di 13 lati.

....

....

....

5

1 2 6. Scrivete la formula per il calcolo della somma degli angoli interni di un poligono ed applicatela al pentagono, al decagono ed al poligono di 14 lati. ....

....

....

....

1 7. A che cosa è uguale la somma degli angoli interni di un poligono di n lati?

....

1 8. A che cosa è uguale la somma degli angoli esterni di un poligono? ....

....

1 4 9. Che cosa si intende per quadrilatero o quadrangolo? ....

....

....

3 10. Un angolo di un parallelogrammo misura 42°; calcolate la misura di ciascuno degli altri tre angoli. ....

....

....

3 11. Nei triangoli e nei quadrilateri si parla di lati opposti, di vertici opposti, di angoli opposti. È possibile parlare di ciò per gli altri poligoni? ....

....

....

....

....

2 3 12. È possibile costruire un quadrilatero avente rispettivamente i lati di 42 cm, 50 cm, 53 cm, 145 cm? Perché? ....

....

....

1 4 13. Definite il trapezio isoscele ed indicate le sue proprietà:

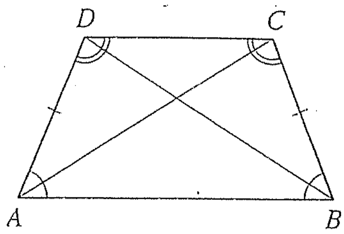
....

....

....

....

....



3 14. Se in un trapezio isoscele è nota la misura di un angolo, è possibile calcolare le misure degli altri angoli? Riferitevi al caso particolare in cui un angolo alla base maggiore misura 78°.

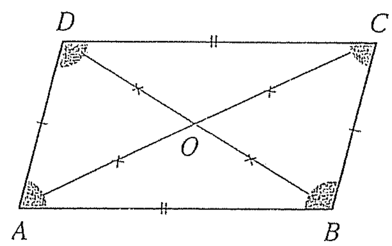
....

....

....

....

1 4 15. La proprietà fondamentale dei parallelogrammi è che ogni diagonale li scompone in due triangoli congruenti. Indicate le altre proprietà dei parallelogrammi.



a) ....

b) ....

c) ....

d) ....

Valutazione della scheda

Criterio		*Numero esercizio*				*Giudizio*				*G.M.*
1	Conoscenza degli elementi specifici della disciplina	3	5	6	7					
		8	9	13	15					
2	Osservazione di fatti, individuazione e applicazione di relazioni, proprietà, procedimenti	2	4	5	6					
		12								
3	Identificazione e comprensione di problemi, formulazione di ipotesi e di soluzioni	4	10	11	12					
		14								
4	Comprensione ed uso dei linguaggi specifici	1	2	3	9					
		13	15							
Giudizio complessivo										

SECONDA PARTE

Esercizi di Geometria per la Prima Media

CAPITOLO

Esercizi

1 Gli enti geometrici fondamentali

Teoria da pag. 1 a pag. 17

Ciò che devi sapere... per saper fare

Il vocabolo **geometria** deriva dal greco e significava originariamente misurazione dei terreni.

Si dice **geometria** la scienza che studia la forma e l'estensione delle figure.

Il **punto geometrico** non ha dimensioni, essendo privo di estensione, ma ha una sua posizione nello spazio.

La **linea geometrica** è priva di larghezza e di spessore, ma è caratterizzata da posizione, lunghezza e forma.

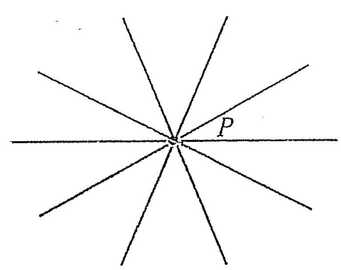
La **superficie geometrica** è priva di spessore, ma è caratterizzata da posizione ed estensione.

Gli **enti geometrici fondamentali** sono il punto, la retta ed il piano.

La **geometria piana** studia le **figure piane**, cioè le figure i cui punti appartengono tutti ad uno stesso piano.

La **geometria solida** studia le **figure solide**, cioè le figure i cui punti *non* appartengono tutti ad uno stesso piano.

Per un punto passa un numero infinito di rette.

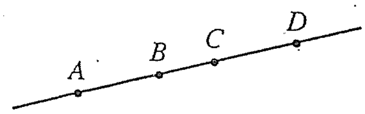


Per due punti distinti passa una sola **retta**.

Teoria da pag. 1 a pag. 17

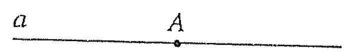
1

Più punti appartenenti ad una stessa retta si dicono **allineati**.



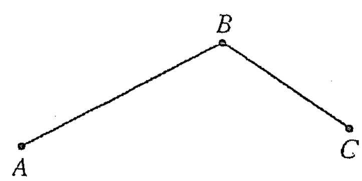
I punti A, B, C, D sono allineati.

Si dice **semiretta** ciascuna delle due parti in cui una retta risulta divisa da un suo punto qualsiasi. Il punto si dice **origine** delle due semirette.

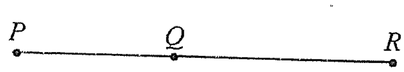


Si dice **segmento** la parte di retta limitata da due suoi punti che si dicono **estremi** del segmento ed appartengono al segmento stesso.

Due segmenti si dicono **consecutivi** se hanno in comune un estremo e nessun altro punto.

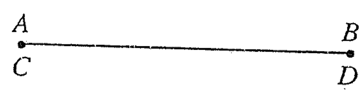


Due segmenti si dicono **adiacenti** se sono consecutivi e se appartengono ad una stessa retta.



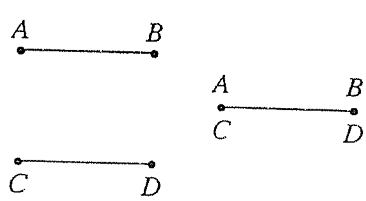
I segmenti PQ e QR sono adiacenti.

Due segmenti si dicono **coincidenti** se hanno entrambi gli estremi in comune.



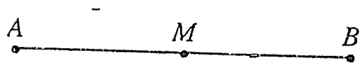
I segmenti AB e CD sono coincidenti.

Due segmenti si dicono **congruenti** se si possono sovrapporre in modo che i loro estremi coincidano.



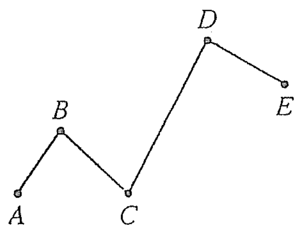
I segmenti AB e CD sono congruenti.

Si dice **punto medio di un segmento** il punto che divide il segmento in due segmenti congruenti.



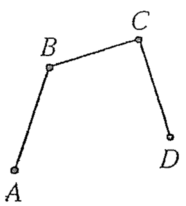
$$AM = MB$$

Si dice **spezzata** l'insieme di più segmenti a due a due consecutivi, ma non adiacenti.

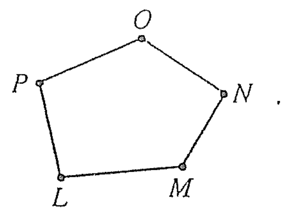


Teoria da pag. 1 a pag. 17
1

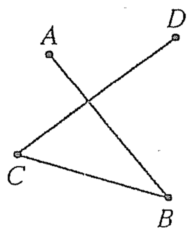
Spezzata aperta *ABCD*



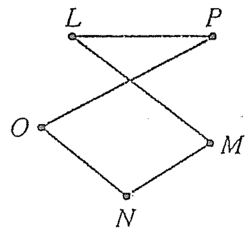
Spezzata chiusa *LMNOP*



Spezzata intrecciata aperta *ABCD*



Spezzata intrecciata chiusa *LMNOP*



Misurare la lunghezza di un segmento significa confrontarla con la lunghezza di un altro segmento, scelto come unità di misura, e determinare il numero che indica quante volte la lunghezza del segmento dato contiene l'unità di misura o un suo multiplo o sottomultiplo.

Misurare un segmento significa quindi misurare la sua lunghezza.

Introduzione alle figure geometriche

Teoria → da pag. 1 a pag. 17

1

1 Spiegate che cosa si intende per figura geometrica.

2 Da che cosa ci è suggerita l'idea di punto? Come si rappresentano i punti?

3 Da che cosa ci è suggerita l'idea di linea? Come si rappresentano le linee?

4 Da che cosa ci è suggerita l'idea di superficie? Come si rappresentano le superfici?

5 Quale diversità esiste fra superficie piana e superficie curva?

6 Che cosa si intende per concetto primitivo?

7 Le figure geometriche sono considerate rigide e cioè indeformabili: spiegate che cosa significa.

8 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:
a) Ogni figura geometrica è un insieme non vuoto di punti. ☐V ☐F
b) La superficie della Terra è una superficie piana. ☐V ☐F
c) Per due punti distinti passa una sola linea. ☒V ☐F
d) Ogni linea è un insieme infinito di punti. ☒V ☐F

9 Fra le seguenti affermazioni segnate quella esatta:
La superficie di una bolla di sapone è:
☐ piana ed illimitata ☒ curva ed illimitata
☐ curva e limitata ☐ piana e limitata

10 Disegnate un punto ed una linea passante per esso.

11 Disegnate due punti A e B non coincidenti, una linea a passante per entrambi, una linea b passante per A e non per B, una linea c passante per B e non per A.

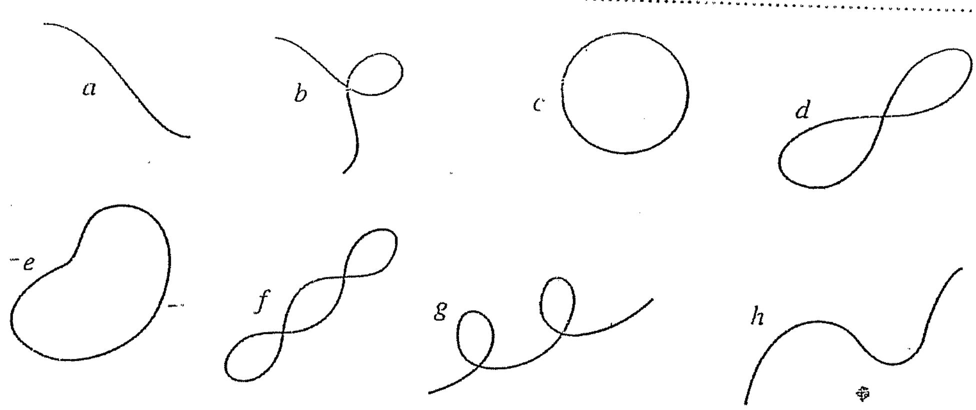
12 Disegnate due linee aperte passanti per due punti A e B dati e due linee chiuse passanti per gli stessi punti.

13 Disegnate una linea chiusa passante per tre punti P, Q, R dati ed una linea aperta passante per gli stessi punti.

14 Disegnate due linee aperte m ed n che si intersecano in un punto P.

15 Disegnate una linea aperta a ed una linea chiusa b che si intersecano in due punti P e Q.

16 Considerate il seguente insieme di linee ed indicate
— quali sono semplici aperte: ....
— quali sono semplici chiuse: c, e ....
— quali sono intrecciate aperte: h, g ....
— quali sono intrecciate chiuse: f, d ....



Teoria da pag. 1 a pag. 17

1

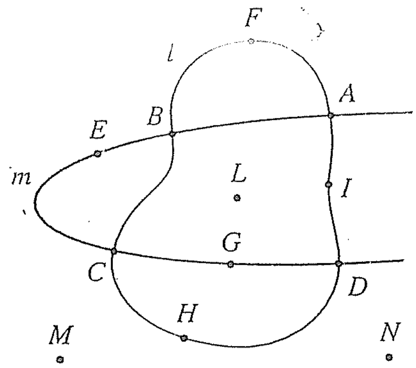
17 Disegnate tre linee aperte semplici.

18 Disegnate tre linee aperte intrecciate.

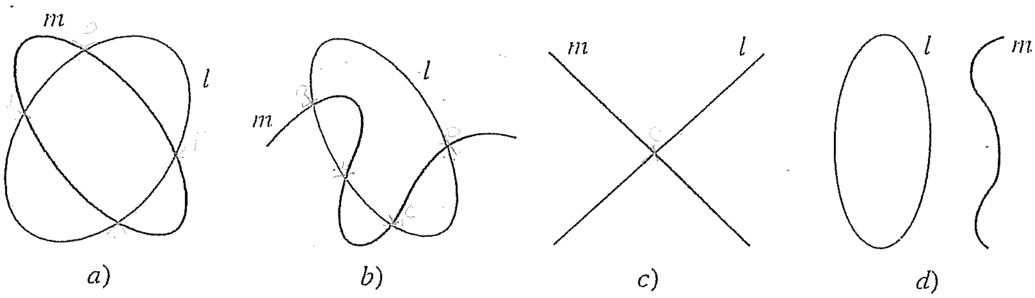
19 Disegnate tre linee chiuse semplici.

20 Disegnate tre linee chiuse intrecciate.

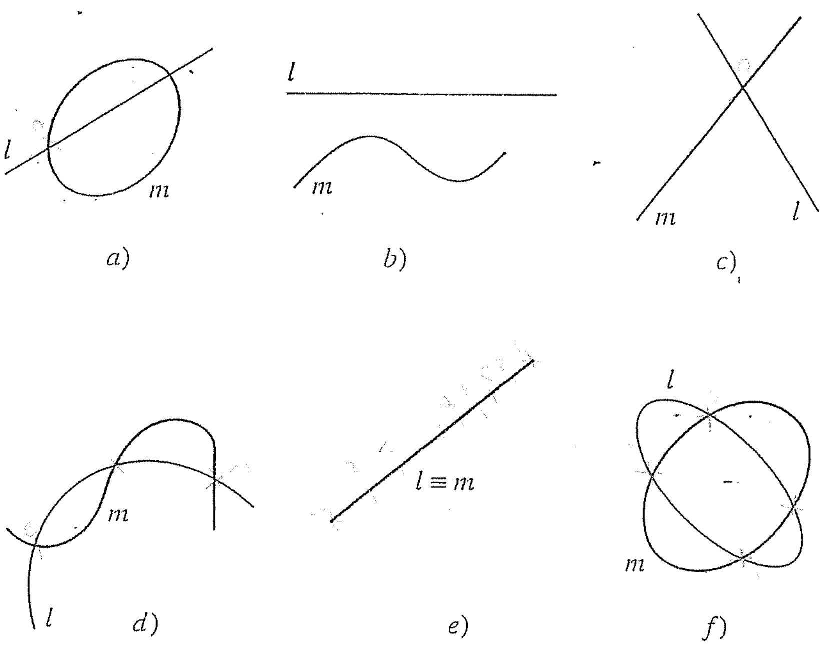
21 Indicate quali dei punti segnati appartengono alla linea l, quali alla linea m, quali ad entrambe le linee e quali non appartengono né all'una né all'altra.



22 Indicate i punti di intersezione delle linee l ed m in ciascuno dei casi seguenti e rappresentate per elencazione l'insieme da essi costituito.



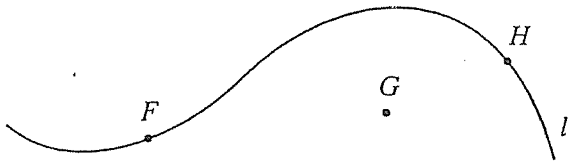
23 In ciascun disegno è rappresentata una coppia di linee l ed m: indicate quanti e quali sono i punti comuni in ciascuna coppia.



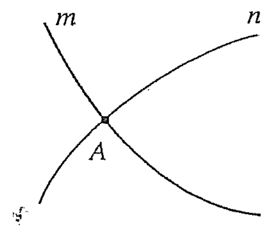
Teoria da pag. 1 a pag. 17

1

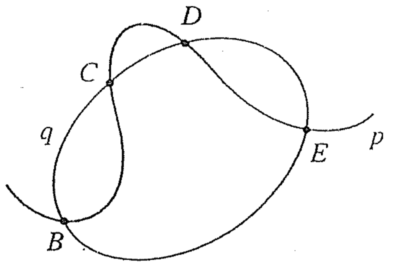
24 Esaminate i seguenti disegni e spiegate il significato della scrittura posta sotto ciascuno di essi:



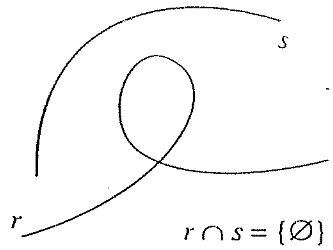
$F \in l \quad G \notin l \quad H \in l$



$m \cap n = \{A\}$



$p \cap q = \{B, C, D, E\}$



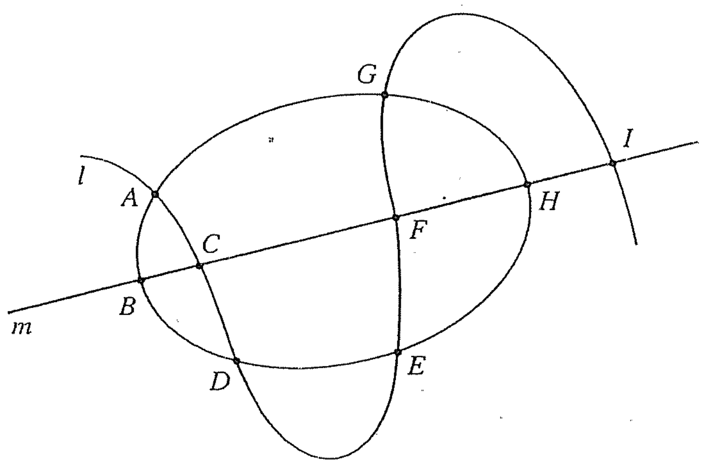
$r \cap s = \{\varnothing\}$

25 Nel disegno sono rappresentate tre linee l, m, n; completate le seguenti scritture:

$l \cap m =$ ....

$l \cap n =$ ....

$m \cap n =$ ....



26 Date due linee l ed m ed i punti A e B, spiegate che cosa significa ciascuna delle seguenti scritture:

$l \cap m = \varnothing \qquad l \cap m = \{A\} \qquad l \cap m = \{A, B\}$

27 Date due linee l ed m ed i punti A, B, C, D, E, spiegate che cosa significa ciascuna delle seguenti scritture:

$l \cap m = \{A, B, C\} \qquad D \in l \qquad D \notin m \qquad E \in l \qquad E \notin m$

28 Siano l una linea aperta semplice, m una linea chiusa semplice, A e B due punti; rappresentate le figure in un disegno in modo che:

$l \cap m = \{A, B\}$

29 Rappresentate in un disegno due linee chiuse semplici l ed m in modo che:

$l \cap m = \varnothing$

Rette e semirette

30 Segnate un punto P e tracciate 5 rette passanti per P: quante possono essere le rette passanti per P?

31 Segnate tre punti non allineati e tutte le rette che essi individuano.

32 Dato un punto O, tracciate tre semirette di origine O: quante semirette di origine O si possono tracciare?

33 Segnate due punti P e Q e tracciate la semiretta di origine P passante per Q.

34 Spiegate perché due rette, che hanno in comune due punti, coincidono.

35 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Per due punti distinti passa una sola retta. V F

b) Un punto qualsiasi di una retta la divide in due semirette opposte. V F

c) Due semirette, aventi l'origine in comune, appartengono sempre ad una stessa retta. V F

d) Due semirette, aventi in comune l'origine ed un altro punto, coincidono. V F

e) Tre punti distinti sono sempre allineati. V F

teoria da pag. 1 a pag. 17

1

36 Disegnate due rette incidenti.

37 Segnate quattro punti in modo che siano a tre a tre non allineati e disegnate tutte le possibili rette che li uniscono a due a due. Quante sono tali rette?

38 Disegnate tre rette che si intersecano a due a due; quanti sono complessivamente i loro punti di intersezione?

39 Disegnate una retta e segnate su essa un punto. In quante e quali parti risulta divisa la retta?

40 Disegnate due semirette opposte.

41 Disegnate tre semirette aventi l'origine in comune.

42 Segnate cinque punti in modo che siano a tre a tre non allineati e tracciate tutte le rette che li uniscono a due a due. Quante sono?

43 Disegnate tre rette a, b, c tali che:

$a \cap b = \{P\} \qquad a \cap c = \{Q\} \qquad b \cap c = \{R\}$

44 Date due rette r ed s, incidenti in O, rappresentate i punti A, B, C tali che:

$A \in r \qquad B \in s \qquad C \notin r \qquad C \notin s$

Segmenti

45 Spiegate che cosa si intende per segmento.

46 Disegnate tre segmenti appartenenti ad una stessa retta.

47 Disegnate tre segmenti non appartenenti ad una stessa retta.

48 Disegnate una semiretta avente per origine un punto A ed un segmento avente un estremo nel punto A.

49 Disegnate una retta e segnate su essa quattro punti distinti. In quante e quali parti risulta divisa la retta?

50 Segnate tre punti non allineati A, B, C ed indicate tutti i segmenti che individuano.

51 Segnate cinque punti a tre a tre non allineati e disegnate i dieci segmenti che li uniscono a due a due.

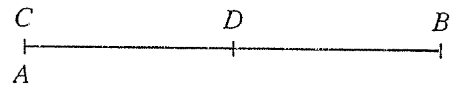
52 Segnate su una retta quattro punti. Quanti sono i segmenti che hanno per estremi due qualsiasi di tali punti?

Teoria ➡ da pag. 1 a pag. 17

1

53 Se AB e CD sono due segmenti sovrapposti, stabilite, con riferimento alla figura, quali segmenti sono:

$AB \cup CD$ e $AB \cap CD$



54 Disegnate due segmenti consecutivi (ma non adiacenti) e due segmenti adiacenti.

55 Disegnate tre segmenti in modo che il secondo sia consecutivo al primo e che il terzo sia consecutivo al secondo.

56 Spiegate perché due segmenti non possono essere adiacenti senza essere consecutivi.

57 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Ogni segmento è un insieme finito di punti. V F

b) Due segmenti adiacenti appartengono a due rette distinte. V F

c) Due segmenti consecutivi sono anche adiacenti. V F

d) Due segmenti adiacenti sono anche consecutivi. V F

e) Due segmenti aventi gli stessi estremi sono coincidenti. V F

58 Disegnate due segmenti aventi un punto in comune che non siano consecutivi.

59 Disegnate due segmenti appartenenti ad una stessa retta, ma non adiacenti.

Figure congruenti. Trasporto, confronto ed operazioni sui segmenti

60 Spiegate quando due figure geometriche si dicono congruenti.

61 È esatto affermare che tutte le rette sono congruenti fra loro? Perché?

62 Un segmento può essere congruente ad una retta? Perché?

63 Disegnate due coppie di segmenti congruenti.

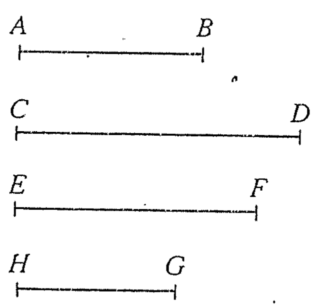
64 Due linee aperte aventi gli stessi estremi sono necessariamente congruenti? Perché?

65 Spiegate come si può effettuare il trasporto di un segmento.

66 Se si confrontano due segmenti AB e CD, quali casi si possono presentare?

67 Disegnate due segmenti AB e CD ed eseguitene il confronto.

68 Confrontate a due a due i segmenti AB, CD, EF, HG e, quindi, ponete fra ciascuna delle seguenti coppie il segno $>$ oppure il segno $<$:

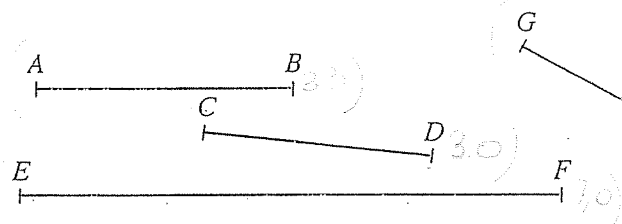


$AB \boxed{<} CD$ $CD \boxed{>} EF$

$AB \boxed{<} EF$ $CD \boxed{>} HG$

$AB \boxed{\phantom{<}} HG$ $EF \boxed{>} HG$

69 Dati i segmenti AB, CD, EF, GH, a due a due non congruenti, disponeteli l'uno sotto l'altro in ordine di grandezza crescente.



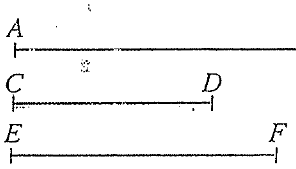
70 Disegnate due segmenti non congruenti e costruite la loro somma.

71 Disegnate tre segmenti, a due a due non congruenti, e costruite la loro somma.

72 Disegnate quattro segmenti, a due a due non congruenti, e costruite la loro somma.

73 Disegnate due segmenti non congruenti e costruite la loro differenza.

74 Dati i segmenti AB, CD, EF, costruite i segmenti indicati.



$AB + CD$	$CD + EF$
$AB - CD$	$EF - CD$
$AB + EF$	$AB + CD + EF$

75 Disegnate tre segmenti, a due a due non congruenti, e costruite la loro somma, verificando che essa non cambia se i segmenti vengono addizionati in un altro ordine.

76 Disegnate due segmenti consecutivi, ma non adiacenti, e verificate che il segmento che unisce i loro estremi non comuni è minore della somma dei due segmenti e maggiore della loro differenza.

77 Disegnate un segmento e poi altri tre che siano multipli di questo, il primo secondo 2, un altro secondo 3 e l'ultimo secondo 4.

78 Disegnate un segmento AB e costruite il segmento multiplo secondo 5 di AB.

79 Disegnate tre segmenti e di ciascuno individuate il punto medio.

80 Disegnate due segmenti non congruenti e costruite il segmento che è triplo della loro differenza.

81 Disegnate due segmenti non congruenti e costruite il segmento che è doppio della loro somma.

82 Disegnate una spezzata chiusa ed una spezzata aperta semplici, cioè non intrecciate.

83 Disegnate una spezzata chiusa ed una spezzata aperta intrecciate.

84 Spiegate che cosa si intende per distanza fra due punti A e B.

85 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Una retta ed una semiretta sono congruenti. V F

b) Due segmenti congruenti ad un terzo segmento sono congruenti fra loro. V F

c) Esiste sempre il multiplo di un segmento secondo un numero assegnato. V F

d) Si può sempre eseguire la sottrazione fra due segmenti. V F

e) Se $AB < CD$, allora CD è multiplo di AB. V F

Teoria da pag. 1 a pag. 17

1

Misura dei segmenti

Teoria da pag. 1 a pag. 17

86 Spiegate che cosa significa misurare un segmento.

87 Disegnate due segmenti non congruenti e misurate le loro lunghezze.

88 Dato il segmento AB lungo 24 cm, calcolate la lunghezza del segmento multiplo di AB secondo 2 e del segmento sottomultiplo di AB secondo 6.

89 Dati i segmenti $AB = 1{,}42$ m e $CD = 143$ cm, quale dei due ha lunghezza maggiore?

90 Tracciate un segmento AB lungo 4 cm, disegnate un segmento maggiore ed uno minore di esso ed indicate le loro misure

91 Calcolate la lunghezza della somma e della differenza dei segmenti $AB = 25$ cm e $CD = 11$ cm.

92 Dati i segmenti $AB = 60$ cm e $CD = 48$ cm, verificate che $\frac{3}{5}AB = \frac{3}{4}CD$.

93 Disegnate due segmenti lunghi rispettivamente 3,6 cm e 2,4 cm e costruite la loro somma.

94 Disegnate due segmenti lunghi rispettivamente 7,5 cm e 6 cm e costruite la loro differenza.

95 Disegnate due segmenti lunghi rispettivamente 7,2 cm e 4,8 cm e costruite la loro somma e la loro differenza.

96 Costruite il multiplo secondo 3 di un segmento lungo 2,5 cm.

97 Disegnate due segmenti adiacenti lunghi rispettivamente 5 cm e 3 cm.

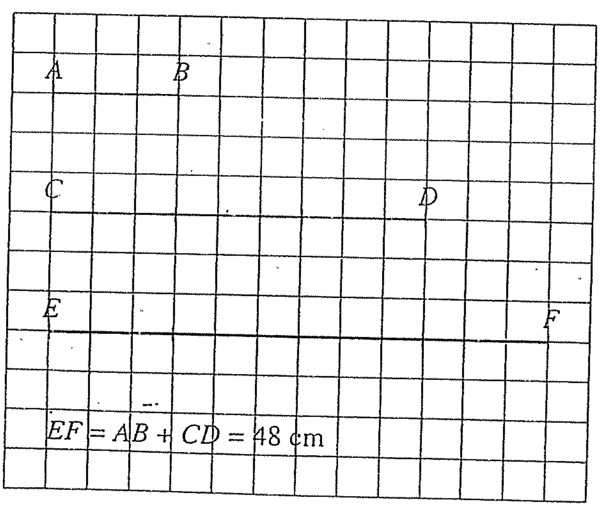
98 Disegnate due segmenti consecutivi, ma non adiacenti, lunghi rispettivamente 5 cm e 2 cm.

Problemi con i segmenti

Calcolo della misura di due segmenti, conoscendo la misura della loro somma e sapendo che uno di essi è multiplo dell'altro secondo un numero dato.

99 La somma di due segmenti AB e CD misura 48 cm e CD è triplo di AB; calcolate la misura di ciascuno dei due segmenti.

Utilizzando il metodo grafico, si ha:



Siano AB e CD due segmenti la cui somma misura 48 cm e sia CD congruente al triplo di AB. La somma EF dei due segmenti risulta costituita da quattro segmenti congruenti fra loro e congruenti al segmento minore AB.
Dividendo per 4 la misura della somma e cioè del segmento EF, trovate la misura di AB e, moltiplicando per 3, quella di CD.

$(48 : 4)$ cm $= 12$ cm misura di AB

(12×3) cm $= 36$ cm misura di CD

100 La somma di due segmenti è di 20 cm ed uno di essi è triplo dell'altro. Calcolate la lunghezza di ciascuno dei due segmenti. [5 cm; 15 cm]

101 La somma di due segmenti è di 16 cm ed uno di essi è quadruplo dell'altro. Calcolate la lunghezza di ciascuno dei due segmenti. [3,2 cm; 12,8 cm]

102 Dividete un segmento lungo 29,2 dm in due parti, in modo che una di esse sia tripla dell'altra. [7,3 dm; 21,9 dm]

103 Dividete un segmento lungo 21,6 cm in due parti, in modo che una di esse sia quintupla dell'altra. [3,6 cm; 18 cm]

104 Dividete un segmento lungo 18 cm in tre parti, in modo che la seconda sia doppia della prima e che la terza sia tripla della prima. [3 cm; 6 cm; 9 cm]

105 Tre segmenti misurano rispettivamente $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{8}$ di un segmento lungo 280 cm. Quanto misura ciascuno dei tre segmenti? [168 cm; 160 cm; 245 cm]

106 Tre segmenti AB, BC, CD (essendo BC adiacente ad AB e CD adiacente a BC) misurano rispettivamente 5 cm, 4 cm e 2 cm. Qual è la misura del segmento AC? E quale quella del segmento BD? [9 cm; 6 cm]

107 La somma di due segmenti è di 8,52 m ed uno di essi è triplo dell'altro. Calcolate la lunghezza di ciascuno dei due segmenti. [2,13 m; 6,39 m]

108 Calcolate la lunghezza di ciascuno dei segmenti AB, CD, EF, sapendo che:

$AB + CD + EF = 63$ cm
$AB = 2\ CD$
$CD = 2\ EF$ [$AB = 36$ cm; $CD = 18$ cm; $EF = 9$ cm]

(*Se* AB *è doppio di* CD, *il quale a sua volta è doppio di* EF, *risulta che* AB *è quadruplo di* EF; *quindi* ...)

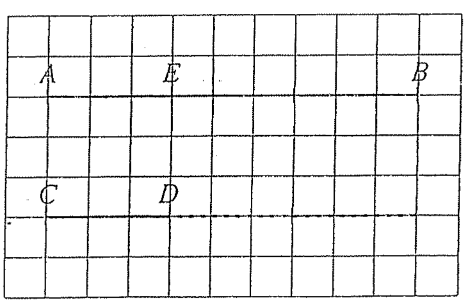
109 Dividete un segmento lungo 63 cm in tre parti, in modo che la seconda sia doppia della prima e la terza tripla della seconda. [7 cm; 14 cm; 42 cm]

110 Dividete un segmento lungo 48 cm in tre parti, in modo che la seconda sia tripla della prima e la terza quadrupla della seconda. [3 cm; 9 cm; 36 cm]

Calcolo della misura di due segmenti, conoscendo la misura della loro differenza e sapendo che uno di essi è multiplo dell'altro secondo un numero dato.

111 Calcolate la misura di due segmenti AB e CD, sapendo che AB è triplo di CD e che la loro differenza misura 12 cm.

Utilizzando il metodo grafico si osserva che, sottraendo $CD = AE$ da AB si ottiene il segmento EB, che è doppio di AE e quindi doppio di CD. Essendo $EB = 12$ cm, si ha:



$CD = (12 : 2)$ cm $= 6$ cm
$AB = (3 \times 6)$ cm $= 18$ cm

112 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro differenza è di 16 cm e che uno di essi è triplo dell'altro. [8 cm; 24 cm]

113 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro differenza è di 14 cm e che uno di essi è triplo dell'altro.
[7 cm; 21 cm]

114 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro differenza è di 6,9 cm e che uno di essi è quadruplo dell'altro.
[2,3 cm; 9,2 cm]

115 Dati due segmenti lunghi rispettivamente 12 cm e 4 cm, calcolate la loro somma e la loro differenza e verificate che,

a) addizionando alla loro somma la loro differenza, ottenete il doppio del segmento maggiore;

b) sottraendo dalla loro somma la loro differenza, ottenete il doppio del segmento minore.

Teoria da pag. 1 a pag. 17

1

116 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che:

a) la loro somma misura 11 cm e la loro differenza 3 cm; [7 cm; 4 cm]

b) la loro somma misura 42 cm e la loro differenza 8 cm; [25 cm; 17 cm]

c) la loro somma misura 19,8 cm e la loro differenza 10,6 cm. [15,2 cm; 4,6 cm]

(*Basta applicare la proprietà enunciata nel precedente esercizio*).

117 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma misura 17,4 cm e che il maggiore supera di 3 cm il doppio del minore.
[4,8 cm; 12,6 cm]

(*Se dalla somma dei due segmenti sottraete un segmento lungo* 3 cm, *ottenete un segmento che è triplo del segmento minore*).

118 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma misura 24 cm e che il maggiore supera di 4 cm il triplo del minore.
[5 cm; 19 cm]

(*Per questo esercizio e per i due seguenti tenete presente l'avvertenza al precedente esercizio*).

119 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma misura 22,4 cm e che il maggiore supera di 2 cm il doppio del minore.
[6,8 cm; 15,6 cm]

120 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma misura 30 cm e che il maggiore supera di 7 cm il quadruplo del minore.
[4,6 cm; 25,4 cm]

Calcolo della misura di due segmenti, conoscendo la misura della loro somma e sapendo che uno di essi è una data frazione dell'altro.

121 La somma di due segmenti misura 20 cm ed uno di essi è $\frac{2}{3}$ dell'altro. Calcolate la misura di ciascuno dei due segmenti.

La somma dei due segmenti è $\frac{2}{3}+\frac{3}{3}=\frac{5}{3}$ e vale 20 cm; consegue che $\frac{1}{3}$ vale $(20:5)$ cm $= 4$ cm; quindi:

(4×2) cm $= 8$ cm   misura del 1° segmento
(4×3) cm $= 12$ cm   misura del 2° segmento

122 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma è di 48 cm e che uno di essi è $\frac{3}{5}$ dell'altro.
[18 cm; 30 cm]

123 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma è di 135 cm e che uno di essi è $\frac{7}{8}$ dell'altro.
[63 cm; 72 cm]

124 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro somma è di 156 cm e che uno di essi è $\frac{1}{12}$ dell'altro.
[12 cm; 144 cm]

Calcolo della misura di due segmenti, conoscendo la misura della loro differenza e sapendo che uno di essi è una data frazione dell'altro.

125 La differenza di due segmenti misura 6 cm ed il minore è $\frac{3}{5}$ del maggiore. Calcolate la misura di ciascuno dei due segmenti.

La differenza dei due segmenti è $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ e vale 6 cm; consegue che $\frac{1}{5}$ vale $(6:2)$ cm $= 3$ cm; quindi:

(3×5) cm $= 15$ cm misura del segmento maggiore
(3×3) cm $= 9$ cm misura del segmento minore

Teoria da pag. 1 a pag. 17

1

126 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro differenza è di 20 cm e che il minore è $\frac{3}{8}$ del maggiore. [12 cm; 32 cm]

127 Calcolate la misura di due segmenti, sapendo che la loro differenza è di 15 cm e che il minore è $\frac{4}{7}$ del maggiore. [20 cm; 35 cm]

128 Dati due segmenti, dei quali il primo è triplo del secondo, riconoscete (ricorrendo eventualmente al disegno) quale multiplo del secondo è la differenza fra i due segmenti e quale multiplo ne è la somma.

129 Calcolate la lunghezza di tre segmenti consecutivi, sapendo che la loro somma è di 52 cm e che ciascun segmento è triplo del successivo. [36 cm; 12 cm; 4 cm]

130 La somma di tre segmenti misura 135 cm; il terzo segmento supera il secondo di 12 cm ed il secondo supera il primo di 21 cm. Calcolate la lunghezza di ciascun segmento. [27 cm; 48 cm; 60 cm]

CAPITOLO 2

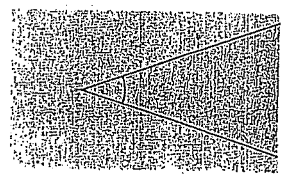
Esercizi

Gli angoli

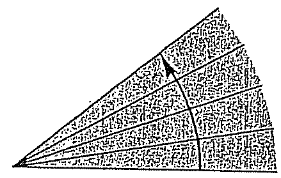
Teoria da pag. 18 a pag. 32

Ciò che devi sapere... per saper fare

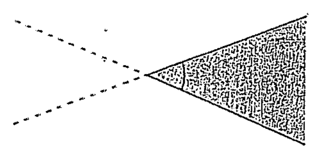
Si dice **angolo** ciascuna delle due parti in cui un piano risulta diviso da due semirette aventi l'origine in comune. Le due semirette si considerano appartenenti a ciascuno dei due angoli.



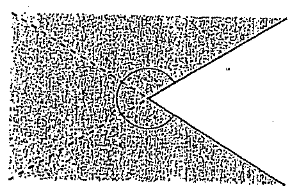
Si dice **angolo** la parte di piano descritta da una semiretta che ruota intorno alla sua origine.



Si dice **angolo convesso** l'angolo che non contiene i prolungamenti dei suoi lati.

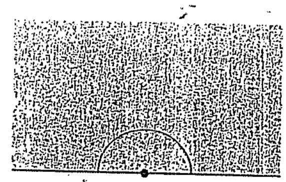


Si dice **angolo concavo** l'angolo che contiene i prolungamenti dei suoi lati.

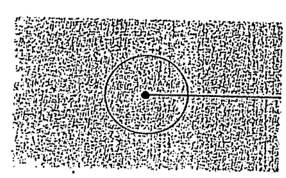


Si dice **semipiano** ciascuna delle due parti in cui il piano viene diviso da una sua retta, che si dice **origine** di ciascuno dei due semipiani e si considera appartenente a ciascuno di essi.

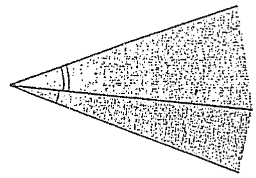
Un angolo si dice **piatto** se i suoi lati sono semirette opposte.



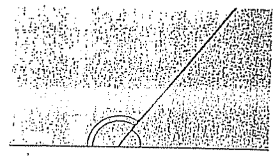
Un angolo si dice **giro** se i suoi lati coincidono ed esso occupa tutto il piano.



Due angoli si dicono **consecutivi** se hanno in comune soltanto il vertice ed un lato.



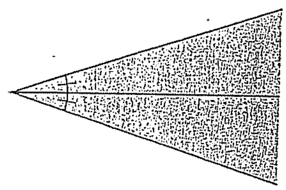
Due angoli si dicono **adiacenti** se sono consecutivi e se i lati non comuni sono semirette opposte.



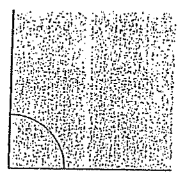
Teoria da pag. 18 a pag. 32

2

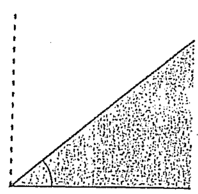
Si dice **bisettrice di un angolo** la semiretta che divide l'angolo in due angoli congruenti.



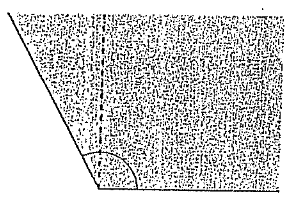
Si dice **angolo retto** la metà di un angolo piatto.



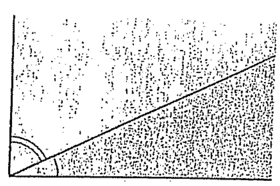
Un angolo si dice **acuto** se è minore di un angolo retto.



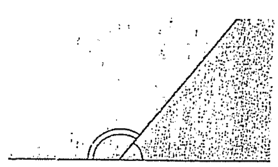
Un angolo si dice **ottuso** se è maggiore di un angolo retto, ma minore di un angolo piatto.



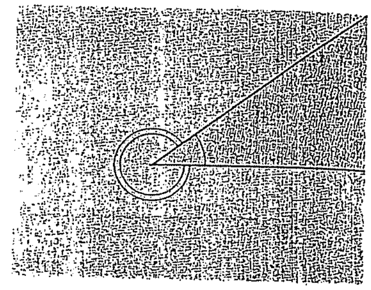
Due angoli si dicono **complementari** se la loro somma è un angolo retto.



Due angoli si dicono **supplementari** se la loro somma è un angolo piatto.



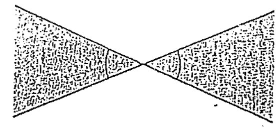
Due angoli si dicono **esplementari** se la loro somma è un angolo giro.



Teoria da pag. 18 a pag. 32

2

Due angoli si dicono **opposti al vertice** se i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro.



Trasporto e confronto di angoli

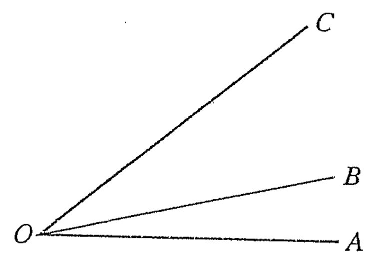
Il trasporto di un angolo consente di costruire un altro angolo, congruente a quello dato, in una posizione diversa.

Il trasporto consente di confrontare due angoli e cioè di stabilire se due angoli sono congruenti e, se non lo sono, quale dei due è il maggiore.

Addizione e sottrazione di angoli

Dati gli angoli consecutivi $\widehat{AOB}$ e $\widehat{BOC}$, si ha:

$\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC}$
$\widehat{AOB} = \widehat{AOC} - \widehat{BOC}$
$\widehat{BOC} = \widehat{AOC} - \widehat{AOB}$



Se gli angoli non sono consecutivi, si rendono tali mediante il trasporto e si può così eseguire l'addizione di due o più angoli e la sottrazione di due angoli.

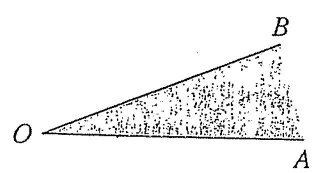
Multipli e sottomultipli di un angolo

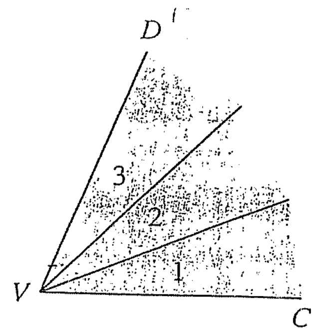
L'angolo $\widehat{CVD}$ è uguale alla somma di tre angoli congruenti all'angolo $\widehat{AOB}$.
$\widehat{CVD}$ è multiplo secondo 3 di $\widehat{AOB}$ e si scrive:

$$\widehat{CVD} = 3\widehat{AOB}$$

A sua volta $\widehat{AOB}$ è sottomultiplo di $\widehat{CVD}$ secondo 3 e si scrive:

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{3}\widehat{CVD}$$



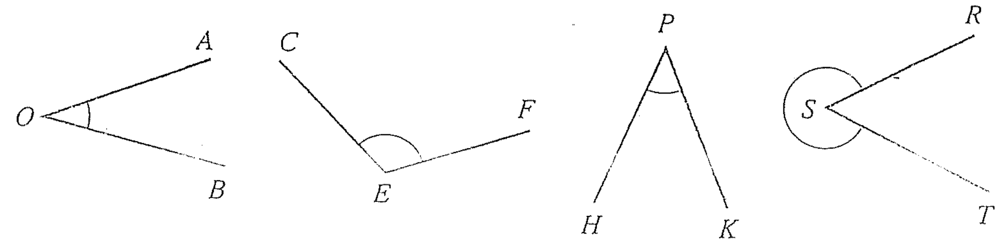


Angoli

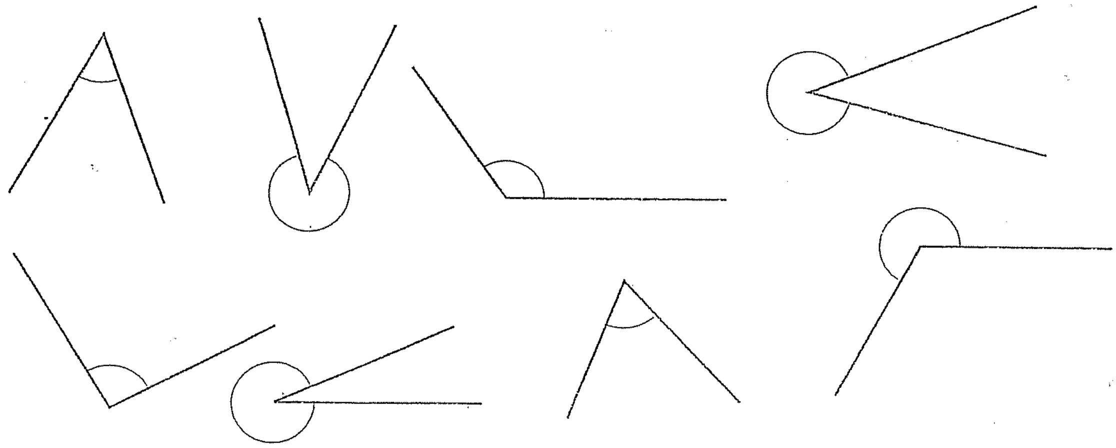
Teoria da pag. 18 a pag. 32

1 Scrivete le due definizioni di angolo.

2 Indicate qual è il vertice e quali sono i lati di ciascuno dei seguenti angoli:



3 Accanto a ciascuno dei seguenti angoli scrivete se è convesso oppure concavo:

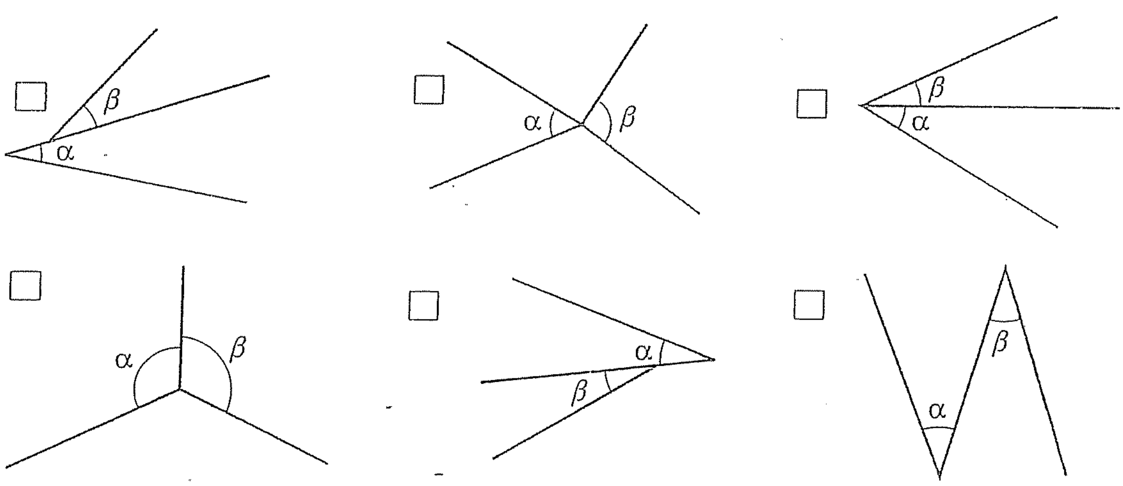


4 Disegnate due angoli convessi e due concavi.

5 Disegnate due semirette non opposte, aventi l'origine in comune, ed indicate qual è l'angolo convesso e quale l'angolo concavo da esse individuati.

6 Spiegate che cosa si intende per angolo giro e per angolo piatto.

7 Indicate in quali dei seguenti disegni sono stati rappresentati due angoli consecutivi:



8 Disegnate due angoli consecutivi e due angoli adiacenti.

9 Disegnate due angoli consecutivi ed un punto P interno ad uno di essi. Tale punto può essere interno anche all'altro angolo?

10 Disegnate un angolo piatto $\widehat{AOB}$ e tracciate una semiretta OC interna ad esso. Come sono fra loro gli angoli $\widehat{AOC}$ e $\widehat{COB}$?

11 Dato un angolo $\widehat{AOB}$, segnate tre punti appartenenti ad esso e tre non appartenenti.

12 Spiegate perché due angoli adiacenti sono sempre consecutivi.

13 Disegnate due angoli aventi lo stesso vertice, ma non consecutivi.

14 Disegnate tre angoli in modo che il secondo sia consecutivo al primo ed il terzo consecutivo al secondo.

Teoria da pag. 18 a pag. 32

2

15 Disegnate tre angoli in modo che il secondo sia adiacente al primo ed il terzo consecutivo al secondo.

16 Spiegate il procedimento per effettuare il trasporto di un angolo.

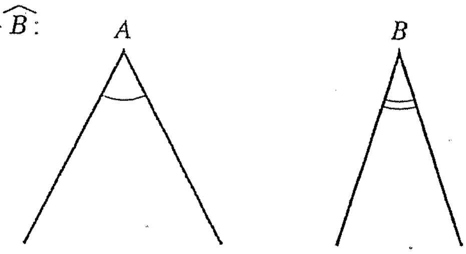
17 Disegnate tre angoli non congruenti e disponeteli in ordine di grandezza crescente.

18 Spiegate con un esempio come si ottiene la somma di due angoli consecutivi.

19 Come si determina la somma di due angoli non consecutivi? Illustrate tale procedimento con un esempio.

20 Come si determina la differenza di due angoli non congruenti? Illustrate tale procedimento con un esempio.

21 Dati gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$, costruite gli angoli $\widehat{A}+\widehat{B}$ e $\widehat{A}-\widehat{B}$:



22 Disegnate tre angoli non consecutivi e costruite la loro somma.

23 Quale angolo è la somma di due angoli adiacenti? E quale angolo è la somma di due angoli piatti?

24 Disegnate quattro angoli non consecutivi la cui somma sia un angolo giro.

25 Spiegate che cosa si intende per multiplo di un angolo secondo 3.

26 Spiegate che cosa si intende per sottomultiplo di un angolo secondo 4.

27 Disegnate un angolo e costruite successivamente il doppio ed il triplo di esso.

28 Disegnate due angoli non congruenti e costruite la loro somma e la loro differenza. Costruite, quindi, l'angolo che è doppio della somma e l'angolo che è triplo della differenza.

29 Disegnate un angolo e costruite il multiplo di esso rispettivamente secondo 2, secondo 3 e secondo 4.

30 Spiegate che cosa si intende per bisettrice di un angolo. Come la si può costruire facilmente, avendo a disposizione un modello di carta di un angolo?

31 Spiegate che cosa si intende per angolo retto.

32 Disegnate tre angoli consecutivi la cui somma sia un angolo retto.
(Disegnare tre angoli consecutivi significa disegnare tre angoli tali che il secondo sia consecutivo al primo e che il terzo sia consecutivo al secondo; ciò vale anche per gli altri casi).

33 Disegnate quattro angoli consecutivi la cui somma sia un angolo piatto.

34 Spiegate che cosa si intende per angolo acuto e per angolo ottuso.

35 Completate le seguenti affermazioni:

a) L'angolo giro è multiplo secondo .... dell'angolo retto.

b) L'angolo ottuso è .... dell'angolo retto.

c) L'angolo acuto è .... dell'angolo ottuso.

d) L'angolo retto è sottomultiplo secondo .... dell'angolo piatto.

e) L'angolo giro è multiplo secondo .... dell'angolo piatto.

Teoria da pag. 18 a pag. 32

36 Spiegate che cosa si intende per angoli complementari, per angoli supplementari e per angoli esplementari.

2

37 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) L'angolo complementare di un angolo acuto è un angolo acuto. V F

b) L'angolo supplementare di un angolo ottuso è un angolo ottuso. V F

c) Due angoli piatti sono esplementari. V F

d) Due angoli retti sono supplementari. V F

e) L'angolo esplementare di un angolo retto è un angolo piatto. V F

38 Disegnate due angoli complementari, due angoli supplementari e due angoli esplementari.

39 Spiegate perché due angoli adiacenti sono sempre supplementari. Se due angoli sono supplementari, come sono le loro metà?

40 Spiegate perché non sempre un angolo ha il suo complementare.

41 Se due angoli supplementari sono congruenti, di quali angoli si tratta?

42 Disegnate due angoli opposti al vertice e spiegate perché sono congruenti.

43 Costruite la differenza fra un angolo ottuso ed un angolo retto e la differenza fra un angolo retto ed un angolo acuto.

44 La somma di due angoli acuti è maggiore o minore di un angolo piatto? La somma di due angoli ottusi è maggiore o minore di un angolo piatto?

45 Disegnate due angoli opposti al vertice e tracciate le loro bisettrici. Verificate che tali bisettrici formano un angolo piatto.

Misura degli angoli

46 Spiegate come si definisce l'unità di misura dell'ampiezza degli angoli.

47 Elencate i sottomultipli del grado usati come unità secondarie, indicando il loro valore rispetto al grado.

48 Spiegate come dalla misura di un angolo si può dedurre se esso è acuto o retto od ottuso.

49 Scrivete la misura di tre angoli acuti e la misura di tre angoli ottusi.

50 Verificate che il sottomultiplo secondo 3 di un angolo piatto è un angolo acuto.

51 Verificate che il sottomultiplo secondo 3 di un angolo giro è un angolo ottuso.

52 Calcolate quanti primi misura un angolo piatto.

53 Calcolate quanti secondi misura un angolo retto.

54 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) L'unità di misura dell'ampiezza degli angoli è il grado. V F

b) Il grado è la trecentesima parte dell'angolo giro. V F

c) Sessanta primi formano un grado. V F

d) Il secondo è multiplo del primo. V F

e) Un angolo acuto è minore di 5.400 primi. V F

Teoria ➡ da pag. 18 a pag. 32

2

Eseguite le seguenti operazioni:

55 $27° 47' 39'' + 53° 29' 49''$ [$81° 17' 28''$]

56 $56° 19' 26'' - 40° 11' 5''$ [$16° 8' 21''$]

57 $39° 58' 54'' + 21° 49' 52'' + 2° 36' 50''$ [$64° 25' 36''$]

58 $3° 19' 37'' + 41° 53' 44'' + 2° 27''$ [$47° 13' 48''$]

59 $27° 45' 51'' + 85° 49' 53'' + 104° 56' 57''$ [$218° 32' 41''$]

60 $58° 29' 48'' - 10° 40' 56''$ [$47° 48' 52''$]

61 $16° 35' 17'' \times 6$ [$99° 31' 42''$]

62 $31° 47' 15'' : 3$ [$10° 35' 45''$]

63 $17° 9' 23'' \times 4$ [$68° 37' 32''$]

64 $270° 52' 48'' : 12$ [$22° 34' 24''$]

65 $58° 19' 45'' : 5$ [$11° 39' 57''$]

66 $12° 47'' \times 5$ [$60° 3' 55''$]

67 $18° 33' 45'' \times \frac{3}{5}$ [$11° 8' 15''$]

68 $47° 19' 42'' : \frac{3}{4}$ [$63° 6' 16''$]

69 $24° 12' 36'' \times \frac{3}{4}$ [$18° 9' 27''$]

70 $20° 15' 30'' : \frac{3}{4}$ [$27° 40''$]

71 $137° 37' 48'' \times \frac{7}{9}$ [$107° 2' 44''$]

72 $30° 27' 12'' : \frac{4}{7}$ [$53° 17' 36''$]

73 In quanto tempo la lancetta delle ore di un orologio descrive un angolo di 90°? E quella dei minuti?

74 Segnate per ogni angolo la risposta esatta e, se nessuna delle risposte è esatta, lasciate in bianco la casella.

L'angolo di ampiezza		acuto	retto	ottuso
75°	è	X		
90°	è		X	
91°	è			X
25°	è	X		
190°	è			X
100°	è			X
270°	è			X
85°	è	X		

75 Usando il rapportatore disegnate tre angoli consecutivi che abbiano la seguente ampiezza:
$\widehat{AOB} = 25°$ $\quad\widehat{BOC} = 60°$ $\quad\widehat{COD} = 15°$

Tracciate la bisettrice OM dell'angolo $\widehat{BOC}$ e determinate l'ampiezza di ciascun angolo che essa forma rispettivamente con le semirette OA, OB, OC, OD. [55°; 30°; 30°; 45°]

76 Verificate che gli angoli di ampiezza rispettiva 131° 23′ 34″ e 48° 36′ 26″ sono supplementari e che gli angoli di ampiezza rispettiva 72° 27′ 32″ e 17° 32′ 28″ sono complementari.

77 Calcolate l'ampiezza dell'angolo complementare e dell'angolo supplementare di ciascuno dei seguenti angoli:

24° 15′ 37″	65° 44′ 23, 155° 44′ 23″	[65° 44′ 23″; 155° 44′ 23″]
27° 58′ 39″	62° 1′ 21″ 152° 1′ 21″	[62° 1′ 21″; 152° 1′ 21″]
72° 24′ 42″	17° 35′ 18″; 107° 35′ 18	[17° 35′ 18″; 107° 35′ 18″]
89° 56′ 26″	3′ 34″, 90° 3′ 34″	[3′ 34″; 90° 3′ 34″]

78 Usando il rapportatore disegnate tre angoli consecutivi che abbiano la seguente ampiezza:
$\widehat{AOB} = 36°$ $\quad\widehat{BOC} = 50°$ $\quad\widehat{COD} = 24°$

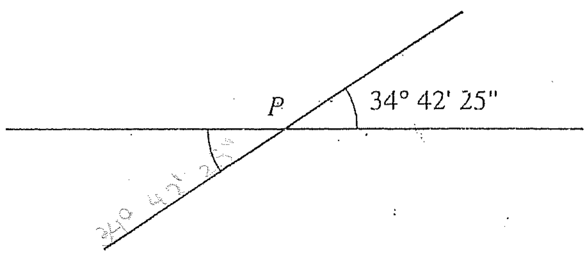
Tracciate la bisettrice OM dell'angolo $\widehat{AOD}$ e determinate l'ampiezza delle seguenti somme e differenze di angoli:

$\widehat{AOB} + \widehat{MOC}$ $\quad\widehat{MOD} + \widehat{BOM}$ [67°; 74°]
$\widehat{AOM} - \widehat{BOM}$ $\quad\widehat{BOC} - \widehat{MOC}$ [36°; 19°]

79 Calcolate l'ampiezza dell'angolo supplementare della somma di ciascuna delle seguenti coppie di angoli:

28° 10′ 3″;	56° 8′ 4″	[95° 41′ 53″]
33° 5′ 4″;	40° 31′ 28″	[106° 23′ 28″]
35° 22′ 37″;	42° 47′ 59″	[101° 49′ 24″]
48° 37′ 27″;	50° 18′ 31″	[81° 4′ 2″]

80 Due rette si intersecano in un punto P e formano quattro angoli, uno dei quali ha l'ampiezza di 34° 42′ 25″. Qual è l'ampiezza degli altri tre angoli? [145° 17′ 35″; 34° 42′ 25″; 145° 17′ 35″]



81 Calcolate l'ampiezza del multiplo e del sottomultiplo secondo 2 e secondo 3 dell'angolo di ampiezza 51° 23′ 30″. [102° 47′; 154° 10′ 30″; 25° 41′ 45″; 17° 7′ 50″]

82 Calcolate l'ampiezza dell'angolo esplementare di ciascuno dei seguenti angoli:

21° 39′ 43″;	48° 32′	[338° 20′ 17″; 311° 28′]
89° 47′ 18″;	105° 1′ 12″	[270° 12′ 42″; 254° 58′ 48″]
115° 39′ 56″;	154° 39″	[244° 20′ 4″; 205° 59′ 21″]

Teoria da pag. 18 a pag. 32

2

Teoria da pag. 18 a pag. 32

2

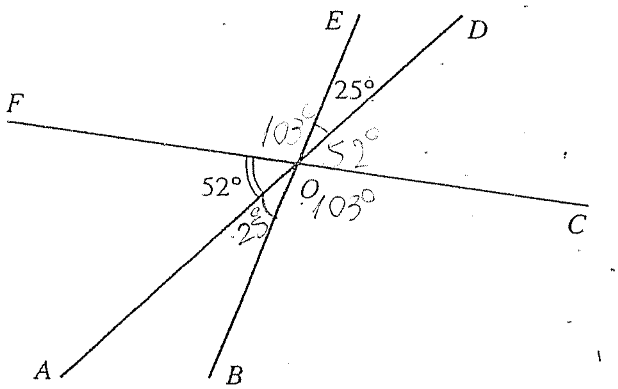
83 Completate la seguente tabella:

Angolo $\widehat{A}$	Angolo complementare di $\widehat{A}$	Angolo supplementare di $\widehat{A}$	Angolo esplementare di $\widehat{A}$
35°	90° - 35° 55	180 - 35° 145	360 - 35 325
23°	67°	180° - 23° 157	360° - 23° 337
60°	90 60 - 30°	120°	360 60 - 300
120°	5°	180 - 120 - 60	240°
95°	5°	85°	105°
95°		85°	375°
48	42	132	312°
44	46	135°	315
108°		72	250

Rispondete, quindi, alle seguenti domande:

a) Perché non è stato possibile completare tutte le caselle?
b) Esiste il complementare di un angolo ottuso?
c) In quale caso un angolo non può avere il suo supplementare?
d) Se un angolo è maggiore di un angolo giro, può avere il suo esplementare?

84 Osservate la seguente figura e determinate l'ampiezza di ciascuno degli angoli $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{EOF}$. [25°; 103°; 52°; 103°]



85 Completate la seguente tabella:

$\widehat{A}$	$\widehat{B}$	$\widehat{A}+\widehat{B}$	$\widehat{A}-\widehat{B}$	$3\widehat{A}-2\widehat{B}$	$\frac{3}{4}\widehat{A}-\frac{2}{3}\widehat{B}$
120°	30°	98°	90°	300°	
124°	63	187°	61°	246°	
180	36°	216	144°	486	
120	30°	150°	90°	440	
96°	0°	96°	96°	328	
84	84°	168	0°	84	

86 Rispondete alle seguenti domande:

a) quanti angoli piatti contiene un angolo di 2.340°?
b) quanti angoli retti contiene un angolo di 1.620°?
c) quanti angoli giri contiene un angolo di 7.920°?
d) quanti angoli piatti contiene un angolo di 4.680°?
e) quanti angoli retti contiene un angolo di 2.790°?
f) quanti angoli giri contiene un angolo di 9.720°?

Problemi con gli angoli

teoria da pag. 18 a pag. 32

87 Calcolate l'ampiezza di due angoli, sapendo che uno di essi è triplo dell'altro e che la loro somma ha l'ampiezza di 68°. [17°; 51°]

88 Calcolate l'ampiezza di due angoli, sapendo che la loro somma ha l'ampiezza di 109° 9′ 32″ e che uno di essi è triplo dell'altro. [27° 17′ 23″; 81° 52′ 9″]

89 Calcolate l'ampiezza di due angoli, sapendo che la loro somma ha l'ampiezza di 145° 59′ 54″ e che uno di essi è doppio dell'altro. [48° 39′ 58″; 97° 19′ 56″]

90 Calcolate l'ampiezza di due angoli supplementari, sapendo che uno di essi è quadruplo dell'altro. [36°; 144°]

91 Calcolate l'ampiezza dell'angolo che è triplo del suo supplementare. [135°]

92 Calcolate l'ampiezza di due angoli supplementari, sapendo che uno di essi è $\frac{2}{3}$ dell'altro. Quale sarebbe l'ampiezza di ciascuno dei due angoli, se fossero complementari? [72°; 108°; 36°; 54°]

93 La somma di tre angoli misura 74° 26′ 33″; il secondo è $\frac{1}{2}$ del primo ed il terzo $\frac{1}{3}$ del primo. Calcolate l'ampiezza dei tre angoli. [40° 36′ 18″; 20° 18′ 9″; 13° 32′ 6″]

94 La differenza di due angoli adiacenti misura 84° 42′ 36″. Calcolate l'ampiezza dei due angoli. [47° 38′ 42″; 132° 21′ 18″]

95 Calcolate l'ampiezza dell'angolo che è triplo del suo esplementare. [270°]

96 Calcolate l'ampiezza di due angoli esplementari, sapendo che il maggiore supera il minore di 124° 33′ 8″. [242° 16′ 34″; 117° 43′ 26″]

97 Calcolate l'ampiezza di due angoli supplementari, sapendo che il maggiore supera il minore di 6° 24′ 36″. [86° 47′ 42″; 93° 12′ 18″]

98 La somma di tre angoli ha l'ampiezza di 139° 57′ 12″. Sapendo che il secondo angolo è doppio del primo e che il terzo è triplo del primo, calcolate l'ampiezza dei tre angoli. [23° 19′ 32″; 46° 39′ 4″; 69° 58′ 36″]

99 La somma di tre angoli misura 175°. Calcolate l'ampiezza dei tre angoli, sapendo che il secondo supera il primo di 5° e che il terzo supera il secondo di 15°. [50°; 55°; 70°]

100 La differenza di due angoli di ampiezza rispettivamente 97° 51′ 27″ e 41° 30′ 12″ equivale a $\frac{3}{5}$ di un altro angolo. Calcolate l'ampiezza di questo angolo. [93° 55′ 25″]

101 Dati gli angoli di ampiezza rispettivamente 57° 38′ 29″ e 40° 43′ 50″, calcolate l'ampiezza della loro differenza e verificate che è uguale alla differenza fra le ampiezze dei loro angoli complementari. [16° 54′ 39″]

102 Dati gli angoli di ampiezza rispettivamente 108° 36′ 47″ e 45° 50′ 53″, calcolate l'ampiezza della loro differenza e verificate che è uguale all'ampiezza della differenza fra i loro angoli supplementari. [62° 45′ 54″]

103 La somma di tre angoli è un angolo piatto ed uno di essi misura 74° 47′ 12″. Calcolate l'ampiezza degli altri due angoli, sapendo che uno di essi è $\frac{3}{5}$ dell'altro. [39° 27′ 18″; 65° 45′ 30″]

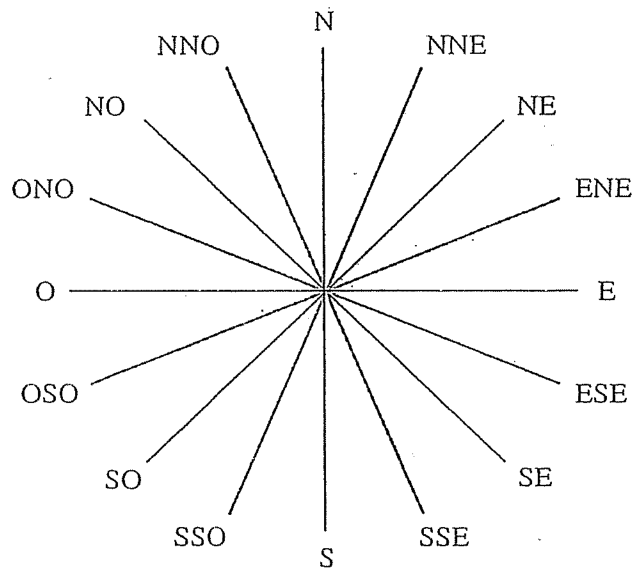
104 Qual è il minimo numero di angoli acuti che si devono addizionare per ottenere un angolo piatto? Qual è il minimo numero di angoli acuti che si devono addizionare per ottenere un angolo giro?

Teoria da pag. 18 a pag. 32

2

105 **(Matematica, fisica, storia, geografia).** Dopo aver consultato una o più opere appropriate, esponete una breve storia della bussola ed illustrate in particolare il fenomeno del magnetismo terrestre. Descrivete, quindi, la rosa dei venti che si trova sul quadrante della bussola. Dopo aver evidenziato che, oltre alle direzioni dei quattro punti cardinali, esistono sul quadrante altre direzioni per un più preciso orientamento, calcolate l'ampiezza dell'angolo formato (in senso orario) da ciascuna delle seguenti coppie di direzioni:

a) N, E;
b) SO, O;
c) ESE, S;
d) S, O;
e) E, O;
f) NO, SO;
g) O, SSE;
h) NNO, NNE.



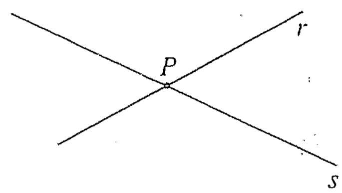
CAPITOLO 3 **Esercizi**

Rette perpendicolari e rette parallele

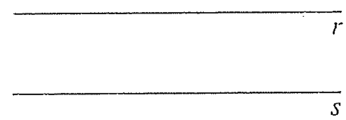
Teoria da pag. 33 a pag. 41

Ciò che devi sapere... per saper fare

Due rette si dicono **incidenti** se hanno un solo punto in comune.

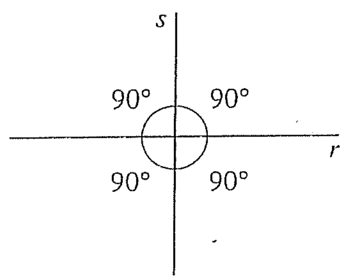


Due rette si dicono **parallele** se appartengono ad uno stesso piano e non hanno alcun punto in comune.



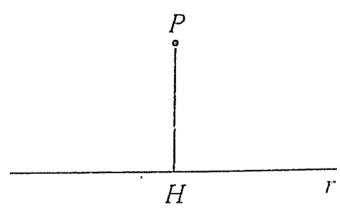
Due rette si dicono **coincidenti** se ogni punto dell'una coincide con un punto dell'altra.

Due rette incidenti si dicono **perpendicolari** se dividono il piano in quattro angoli congruenti e quindi retti.

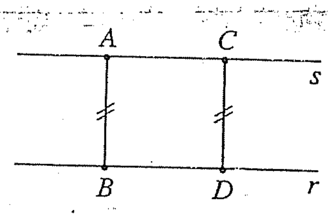


Due rette incidenti si dicono **oblique** se non sono perpendicolari.

Si dice **distanza** fra un punto ed una retta il segmento di perpendicolare condotto dal punto alla retta.



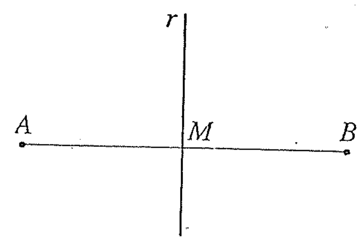
Si dice **distanza fra due rette parallele** il segmento di perpendicolare condotto per un punto qualsiasi di una delle due rette all'altra retta.



Si dice **asse di un segmento** la retta perpendicolare al segmento nel suo punto medio.

Teoria → da pag. 33 a pag. 41

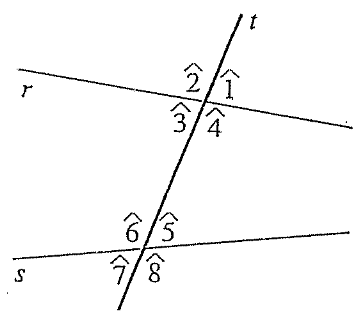
3



Postulato di Euclide o postulato delle parallele. Per un punto non appartenente ad una retta si può condurre una sola parallela a tale retta.

Angoli formati da due rette r ed s con una trasversale t:

Angoli alterni interni:	$\widehat{3}, \widehat{5}$;	$\widehat{4}, \widehat{6}$
Angoli alterni esterni:	$\widehat{2}, \widehat{8}$;	$\widehat{1}, \widehat{7}$
Angoli coniugati interni:	$\widehat{4}, \widehat{5}$;	$\widehat{3}, \widehat{6}$
Angoli coniugati esterni:	$\widehat{1}, \widehat{8}$;	$\widehat{2}, \widehat{7}$
Angoli corrispondenti:	$\widehat{1}, \widehat{5}$;	$\widehat{2}, \widehat{6}$
	$\widehat{4}, \widehat{8}$;	$\widehat{3}, \widehat{7}$



Criterio di parallelismo. Due rette sono parallele se, intersecate da una trasversale, formano con essa una coppia di:

angoli alterni interni congruenti oppure di
angoli alterni esterni congruenti oppure di
angoli coniugati interni supplementari oppure di
angoli coniugati esterni supplementari oppure di
angoli corrispondenti congruenti

Rette perpendicolari

Teoria da pag. 33 a pag. 41

1 Disegnate due rette perpendicolari r ed s e individuate nell'ambiente che vi circonda degli esempi concreti di rette perpendicolari.

2 Due rette si intersecano ed uno dei quattro angoli da esse formati è retto; spiegate perché anche gli altri tre angoli sono retti.

3 Uno dei quattro angoli formati da due rette incidenti misura 60°. Spiegate perché le due rette non sono perpendicolari.

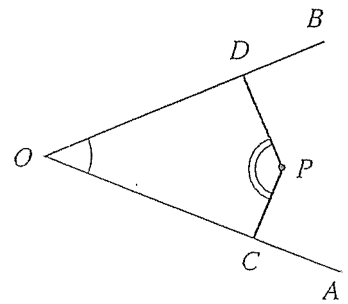
4 Disegnate due segmenti perpendicolari, due semirette perpendicolari e due rette perpendicolari.

5 Data in un piano una retta r, quante sono le rette del piano perpendicolari alla retta r? Quante sono le rette del piano perpendicolari alla retta r passanti per un punto P del piano?

6 Disegnate la perpendicolare per un punto P ad una retta data, distinguendo i casi in cui il punto P appartiene o no alla retta.

7 Disegnate due rette incidenti e per uno stesso punto P, esterno ad entrambe, tracciate le perpendicolari alle due rette.

8 Dati un angolo $\widehat{AOB}$ ed un punto P interno ad esso, conducete per P i segmenti PC e PD perpendicolari ai lati dell'angolo. Misurate con il rapportatore l'ampiezza degli angoli $\widehat{AOB}$ e $\widehat{CPD}$ e calcolate l'ampiezza della loro somma.



9 Disegnate le bisettrici di due angoli adiacenti e verificate che sono perpendicolari.

10 Disegnate una retta ed alcuni punti non appartenenti ad essa e misurate le distanze fra tali punti e la retta.

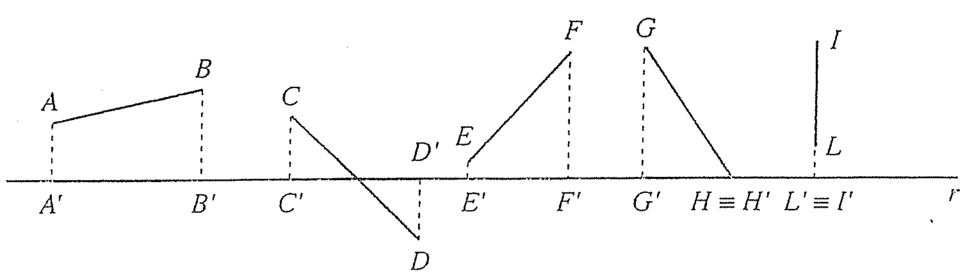
11 Dati una retta r ed un punto P non appartenente ad essa, conducete per P il segmento PH perpendicolare alla retta; segnate quindi sulla retta altri punti A, B, C, ... distinti da H. Verificate che PH è il minore di ciascuno dei segmenti che congiungono P con gli altri punti della retta.

12 Dopo aver disegnato un angolo e la sua bisettrice, verificate che i punti della bisettrice hanno la stessa distanza dai lati dell'angolo. Verificate tale proprietà per tre punti della bisettrice.

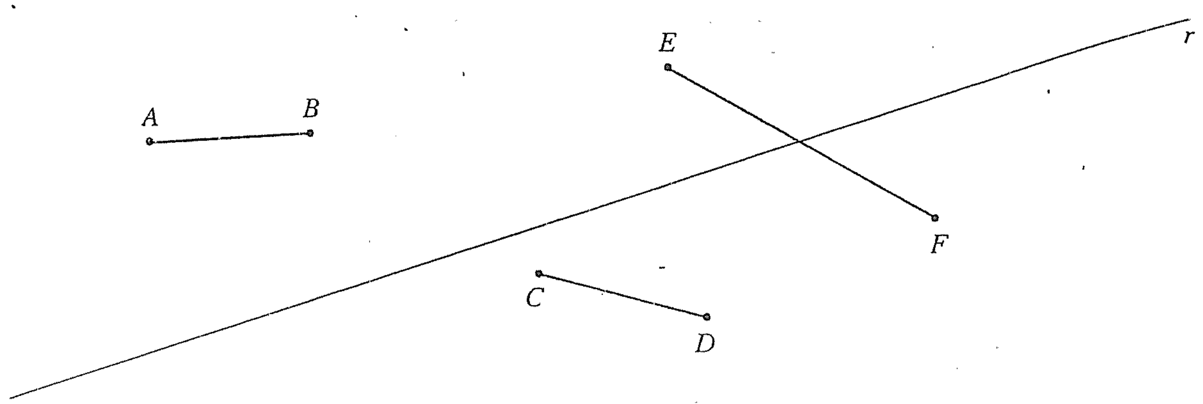
13 Spiegate che cosa si intende per proiezione di un punto su una retta. Disegnate una retta r e considerate i punti A, B, C fuori di essa: indicate le loro proiezioni su r.

14 Spiegate con un esempio come si ottiene la proiezione di un segmento su una retta.

15 Dati i cinque segmenti AB, CD, EF, GH, IL del disegno, indicate quali sono le loro proiezioni alla retta r.



16 Riportate sul quaderno la retta r e i segmenti AB, CD, EF e disegnate la proiezione di ciascun segmento sulla retta.



Teoria da pag. 33 a pag. 41

3

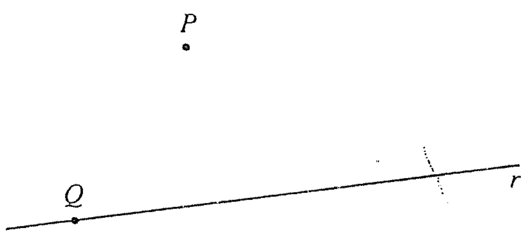
17 Disegnate due segmenti di lunghezza diversa, aventi la stessa proiezione PR sulla retta r.

18 Dopo aver spiegato che cosa si intende per asse di un segmento, disegnate un segmento AB, tracciate il suo asse e scrivete una notevole proprietà dei suoi punti.

19 Tracciate due segmenti congruenti AB e CD, costruite il segmento $AB + CD$ e disegnate il suo asse.

20 Disegnate due segmenti perpendicolari aventi un estremo in comune e tracciate gli assi di tali segmenti. Come sono fra loro tali assi?

21 Misurate la distanza del punto P dalla retta r e dal punto Q.



22 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Due rette oblique formano quattro angoli acuti. V F

b) Se due rette incidenti formano una coppia di angoli adiacenti congruenti, esse sono perpendicolari. V F

c) La proiezione di un segmento su una retta può essere un segmento maggiore di quello dato. V F

d) Due semirette perpendicolari, aventi l'origine in comune, dividono il piano cui appartengono in due angoli tali che il maggiore è multiplo secondo 3 del minore. V F

e) La proiezione di un punto su una retta è un punto. V F

Rette parallele

23 Quali sono le posizioni reciproche che possono assumere due rette complanari, cioè appartenenti ad uno stesso piano?

24 Spiegate quando due rette si dicono parallele.

25 Disegnate tre rette a, b, c complanari soddisfacenti alle seguenti condizioni:
$a \cap b = \varnothing \quad a \cap c = \varnothing \quad b \cap c = \varnothing$

26 Disegnate tre rette a, b, c complanari soddisfacenti alle seguenti condizioni:
$a \cap b = \varnothing \quad a \cap c = \{P\} \quad b \cap c = \{Q\}$

27 Disegnate una coppia di rette parallele.

28 Disegnate due rette a e b parallele ad una retta r.

29 Disegnate la parallela ad una retta r, passante per un punto esterno ad essa.

Teoria da pag. 33 a pag. 41

30 Disegnate una retta r e tre rette parallele ad essa.

31 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Per un punto non appartenente ad una data retta si possono condurre una sola parallela ed una sola perpendicolare alla retta assegnata. V F

b) Due segmenti non aventi alcun punto in comune appartengono a rette parallele. V F

c) Esiste una sola retta parallela ad una data retta avente da essa una distanza assegnata. V F

d) Due semirette sono parallele se non hanno alcun punto in comune. V F

e) Se l'insieme dei punti di intersezione di due rette complanari è l'insieme vuoto, le rette sono parallele. V F

32 Disegnate tre rette a, b, c, tali che $a \perp b$ e $b \perp c$. Qual è la posizione di a rispetto a c?

33 Disegnate tre rette a, b, c, tali che $a /\!/ b$ e $b \perp c$. Qual è la posizione di a rispetto a c?

34 Disegnate tre rette a, b, c, tali che $a \perp b$ e $b /\!/ c$. Qual è la posizione di a rispetto a c?

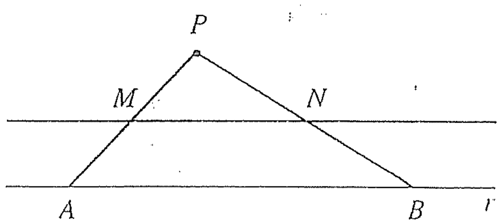
35 Spiegate in che cosa si differenziano le geometrie non euclidee dalla geometria euclidea.

36 Spiegate che cosa si intende per fascio di rette parallele.

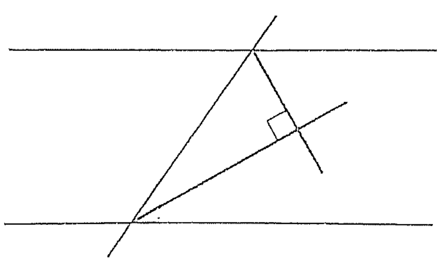
37 Disegnate due rette intersecate da una trasversale e indicate come si chiamano gli angoli da esse formati.

38 Illustrate le relazioni esistenti fra gli angoli formati da due rette parallele con una trasversale. Possono essere tutti congruenti gli angoli considerati?

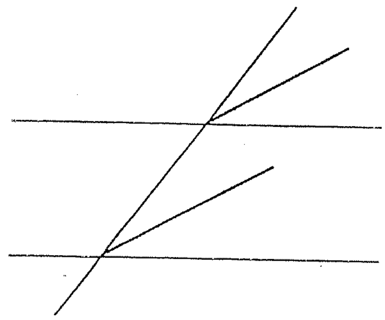
39 Dato un punto P, esterno ad una retta r, congiungete P con due punti A e B della retta. Segnate i punti medi M ed N rispettivamente di PA e di PB. Come risulta la retta MN rispetto alla retta r?



40 Date due rette parallele intersecate da una trasversale, disegnate le bisettrici di una coppia di angoli coniugati interni. Come risultano le due bisettrici?



41 Date due rette parallele intersecate da una trasversale, disegnate le bisettrici di una coppia di angoli corrispondenti. Come risultano le due bisettrici?



Teoria ➡ da pag. 33 a pag. 41

3

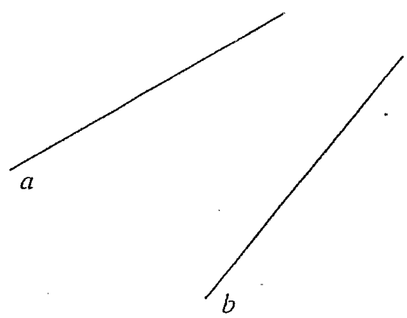
42 Due rette intersecate da una trasversale formano due angoli coniugati interni la cui ampiezza è rispettivamente di 73° e 107°. Sono parallele le due rette? Perché?

43 Due rette intersecate da una trasversale formano due angoli coniugati interni, uno dei quali ha l'ampiezza di 81°. Quale deve essere l'ampiezza dell'altro angolo, affinché le due rette risultino parallele? [99°]

44 Due rette intersecate da una trasversale formano angoli coniugati esterni di ampiezza rispettivamente 49° e 110°. Sono parallele le due rette?

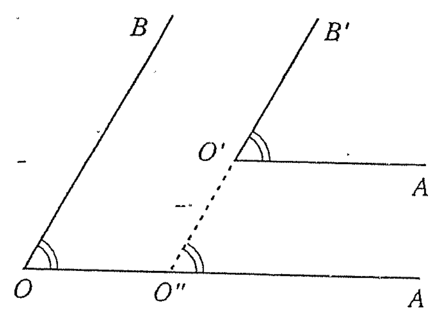
45 Due angoli coniugati interni formati da due rette parallele intersecate da una trasversale sono l'uno $\frac{5}{7}$ dell'altro. Calcolate l'ampiezza dei due angoli. [75°; 105°]

46 Considerate le due rette incidenti *a* e *b* che non si intersecano sul foglio stesso. Come fate a calcolare l'ampiezza dell'angolo da esse formato, senza prolungarle?

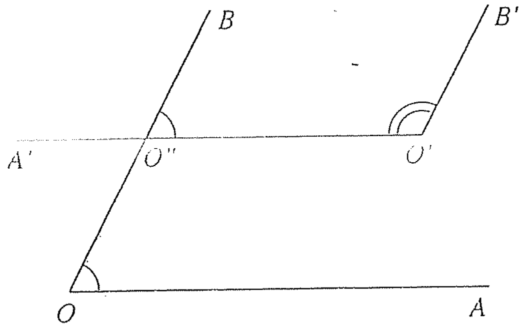


47 Disegnate due angoli con i lati paralleli ed aventi lo stesso verso; se uno di essi misura 60°, quanto misura l'altro? Giustificate la vostra risposta.

48 Disegnate due angoli con i lati paralleli ed aventi lo stesso verso e verificate con il rapportatore o dimostrate con semplice ragionamento che i due angoli sono congruenti.
(Con il ragionamento osservate che $\widehat{AOB} = \widehat{AO''B'}$ *perché corrispondenti rispetto alle parallele* OB *ed* O″B′ *intersecate dalla trasversale* AO; $\widehat{AO''B'} = \widehat{A'O'B'}$ *perché corrispondenti rispetto alle parallele* OA *ed* O′A′ *intersecate dalla trasversale* O″B′; *da ciò consegue ...).*



49 Disegnate due angoli con i lati paralleli in modo che una coppia di lati sia nello stesso verso e l'altra no. Verificate con il rapportatore o con un semplice ragionamento che i due angoli sono supplementari.
(Con il ragionamento osservate che $A\widehat{O}B = O'\widehat{O''}B$ *perché corrispondenti rispetto alle parallele* OA *ed* A'O' *intersecate dalla trasversale* OB; $O'\widehat{O''}B$ *è supplementare di* $A'\widehat{O'}B'$ *perché angoli coniugati interni rispetto alle parallele* OB *ed* O'B' *intersecate dalla trasversale* O'A'; *da ciò consegue* ...).



Teoria da pag. 33 a pag. 41

50 **(Matematica, storia).** Enunciate il postulato di Euclide o postulato delle parallele e ponete in evidenza la sua importanza.
Esponete, quindi, i risultati di una ricerca sulla vita di Euclide ed in particolare sui suoi *Elementi*.

CAPITOLO 4

Esercizi

I triangoli

Teoria ➡ da pag. 42 a pag. 57

Ciò che devi sapere... per saper fare

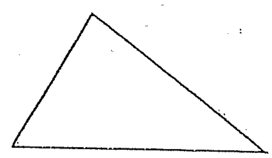
Si dice **triangolo** la parte di piano limitata da una spezzata chiusa di tre lati, che si considera appartenente al triangolo.

In ogni triangolo ciascun lato è minore della somma degli altri due.

In ogni triangolo ciascun lato è maggiore della differenza fra gli altri due.

La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo piatto, cioè misura 180°.

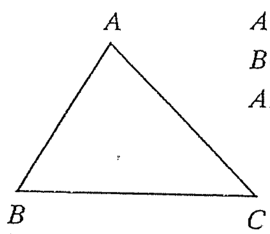
Se in un triangolo due angoli non sono congruenti, all'angolo maggiore sta opposto il lato maggiore.



Viceversa: Se in un triangolo due lati non sono congruenti, al lato maggiore sta opposto l'angolo maggiore.

Classificazione dei triangoli rispetto ai lati

Un triangolo si dice **scaleno** se ha i tre lati non congruenti.

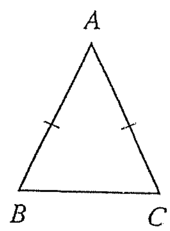


$AB \neq BC$

$BC \neq CA$

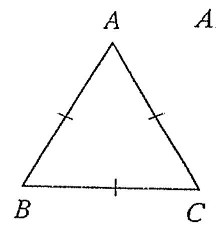
$AB \neq CA$

Un triangolo si dice **isoscele** se ha due lati congruenti.



$AB = AC$

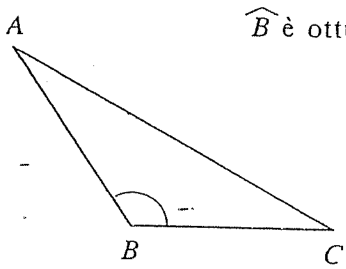
Un triangolo si dice **equilatero** se ha i tre lati congruenti.



$AB = BC = CA$

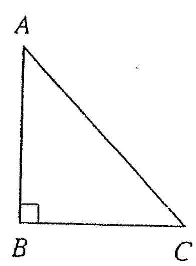
Classificazione dei triangoli rispetto agli angoli

Un triangolo si dice **ottusangolo** se ha un angolo ottuso.



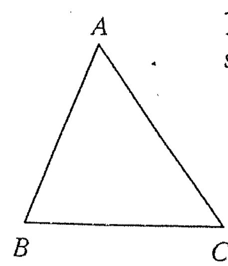
$\widehat{B}$ è ottuso

Un triangolo si dire **rettangolo** se ha un angolo retto.



$\widehat{B}$ è retto

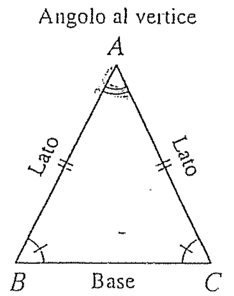
Un triangolo si dice **acutangolo** se ha tutti e tre gli angoli acuti.



$\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ sono acuti

lati congruenti di un triangolo isoscele si dicono **lati** ed il terzo
··to si dice **base**.
'angolo formato dalle semirette dei due lati congruenti si dice **an-**
·lo al vertice e gli altri due angoli si dicono **angoli alla base**.
li angoli alla base sono congruenti.
· lati sono congruenti.

Triangolo isoscele

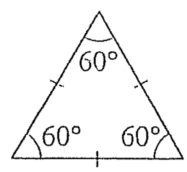


Teoria
da pag. 42
a pag. 57

4

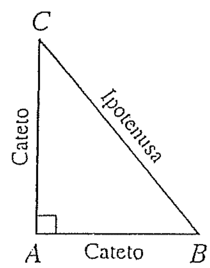
ıre angoli sono congruenti e misurano ciascuno 60°.
un triangolo ha i tre angoli congruenti, esso ha anche i tre lati
·ngruenti e cioè è equilatero.

Triangolo equilatero

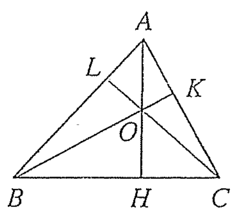


'ati che comprendono l'angolo retto si dicono **cateti** ed il lato
ıpposto all'angolo retto si dice **ipotenusa**.
I due angoli acuti ($\widehat{B}$ e $\widehat{C}$) sono complementari.
L ıpotenusa è maggiore di ciascun cateto.

Triangolo rettangolo

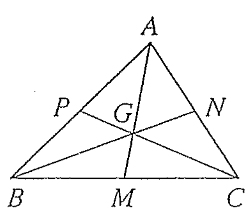


dice **altezza** di un triangolo relativa ad un lato il segmento di
perpendicolare alla retta cui appartiene il lato, condotto per il vertice
opposto. Il lato prende il nome di **base**.
ıi triangolo ha tre altezze.
tre altezze di ogni triangolo, o i loro prolungamenti, passano per
uno stesso punto detto **ortocentro** del triangolo. L'ortocentro è interno
triangolo acutangolo, è esterno nel triangolo ottusangolo e coincide
il vertice dell'angolo retto nel triangolo rettangolo.



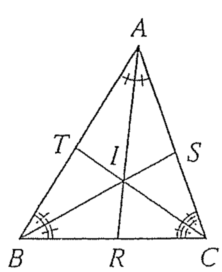
Altezze: AH, BK, CL

Si dice **mediana** di un triangolo relativa ad un lato il segmento che
ce il punto medio del lato con il vertice opposto. Ogni triangolo
tre mediane.
Le tre mediane di ogni triangolo passano tutte per uno stesso punto,
detto **baricentro** del triangolo.
ıricentro è sempre interno al triangolo.
Il baricentro di un triangolo divide ciascuna mediana in due segmenti
tali che quello avente un estremo in un vertice è doppio dell'altro.



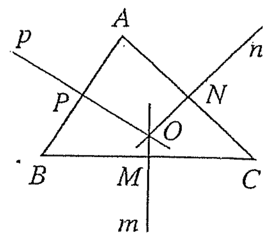
Mediane: AM, BN, CP

ice **bisettrice** di un triangolo relativa ad un angolo il segmento
di bisettrice dell'angolo che ha per estremi il vertice dell'angolo ed
il punto di intersezione con il lato opposto. Ogni triangolo ha tre
.trici.
e bisettrici di ogni triangolo passano tutte per uno stesso punto
detto **incentro** del triangolo.
L'incentro è sempre interno al triangolo.



Bisettrici: AR, BS, CT

Si dice asse di un lato di un triangolo la perpendicolare condotta al lato per il suo punto medio.
Ogni triangolo ha tre assi.
I tre assi di un triangolo passano tutti per uno stesso punto, detto **circocentro** del triangolo.
Il circocentro è interno nel triangolo acutangolo, è esterno nel triangolo ottusangolo e, se il triangolo è rettangolo, coincide con il punto medio dell'ipotenusa.



Assi: m, n, p

Teoria da pag. 42 a pag. 57

L'ortocentro, il baricentro, l'incentro ed il circocentro si dicono **punti notevoli di un triangolo**.

4

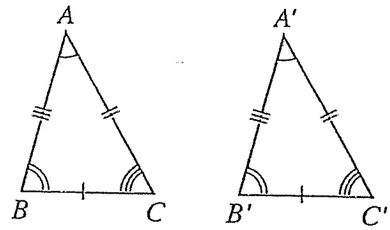
Due triangoli si dicono **congruenti** se è possibile, mediante un movimento rigido, sovrapporre l'uno all'altro in modo da farli coincidere. In tal caso si ha:

$AB = A'B'$ $\widehat{A} = \widehat{A'}$

$BC = B'C'$ $\widehat{B} = \widehat{B'}$

$CA = C'A'$ $\widehat{C} = \widehat{C'}$

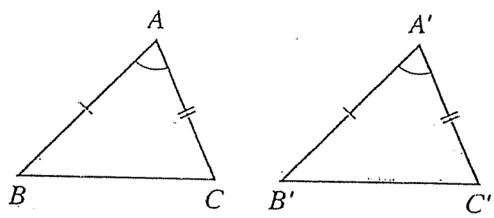
Triangoli congruenti



Criteri di congruenza dei triangoli

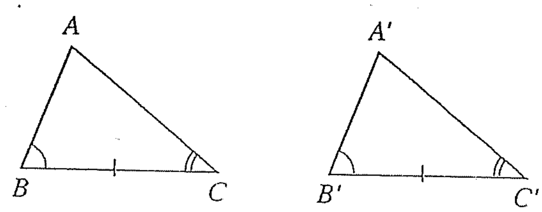
Primo criterio. Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo compreso.

$AB = A'B'$ $AC = A'C'$ $\widehat{A} = \widehat{A'}$



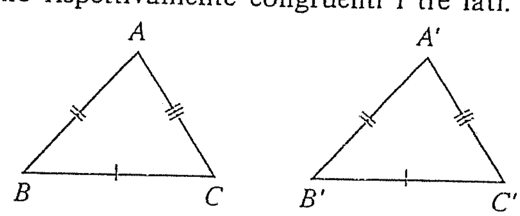
Secondo criterio. Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti un lato ed i due angoli ad esso adiacenti.

$BC = B'C'$ $\widehat{B} = \widehat{B'}$ $\widehat{C} = \widehat{C'}$



Terzo criterio. Due triangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti i tre lati.

$AB = A'B'$ $BC = B'C'$ $AC = A'C'$

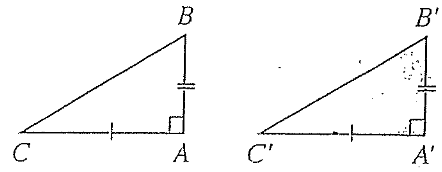


Teoria → da pag. 42 a pag. 57

Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli

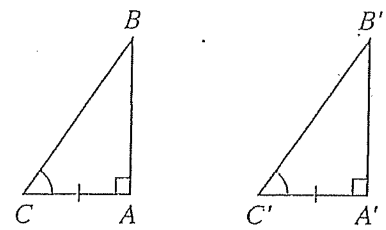
Primo criterio. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti i due cateti.

$AB = A'B'$ $\quad AC = A'C'$ $\quad (\widehat{A} = \widehat{A'})$



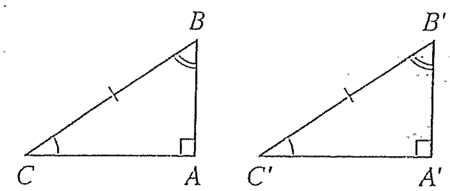
Secondo criterio. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti un cateto e l'angolo acuto ad esso adiacente.

$AC = A'C'$ $\quad \widehat{C} = \widehat{C'}$ $\quad (\widehat{A} = \widehat{A'})$



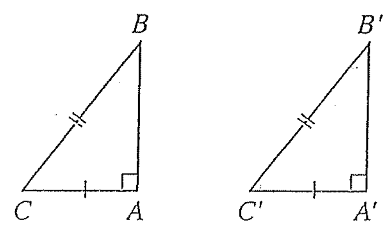
Terzo criterio. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti l'ipotenusa ed un angolo acuto.

$BC = B'C'$ $\quad \widehat{C} = \widehat{C'}$ $\quad (\widehat{B} = \widehat{B'})$



Quarto criterio. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti l'ipotenusa ed un cateto.

$BC = B'C'$ $\quad AC = A'C'$



Teoria da pag. 42 a pag. 57

4

Triangoli e loro proprietà

1 Disegnate un triangolo ABC ed elencate i vertici, i lati e gli angoli.

2 Disegnate un triangolo PQR ed indicate l'angolo opposto a ciascun lato.

3 Spiegate perché non si può disegnare un triangolo i cui lati misurano rispettivamente 10 cm, 12 cm e 24 cm.

4 Disegnate un triangolo e misurate i suoi lati, verificando che ogni lato è maggiore della differenza degli altri due.

5 Disegnate un triangolo e misurate i suoi lati, verificando che ogni lato è minore della somma degli altri due.

6 Indicate con quali delle seguenti terne di segmenti è possibile costruire un triangolo ABC:

	AB	BC	CA	
a)	10 cm	12 cm	16 cm	SI NO
b)	15 cm	18 cm	33 cm	SI NO
c)	19 dm	36 dm	15 dm	SI NO
d)	23 m	45 m	24 m	SÌ NO
e)	80 cm	70 cm	16 dm	SI NO
f)	56 cm	0,9 dm	0,78 m	SI NO

7 Due segmenti misurano rispettivamente 19 cm e 23 cm. Fra quali valori deve essere compresa la misura l del terzo segmento, affinché esso, unitamente ai primi due, sia lato di un triangolo?
[$4 < l < 42$]

8 Completate la seguente tabella e segnate la risposta esatta:

Misure in cm				*Tipo di triangolo*		
dei lati di un triangolo			*del perimetro del triangolo*			
AB	*BC*	*CA*		*scaleno*	*isoscele*	*equilatero*
12	14		42	☐	☐	☐
	16	18	52	☐	☐	☐
20	18	20		☐	☐	☐
24		24	72	☐	☐	☐
9	12		36	☐	☐	☐
24	27	30		☐	☐	☐
86	90		270	☐	☐	☐

9 Disegnate un triangolo e calcolate il suo perimetro.

10 Disegnate un triangolo isoscele e un triangolo equilatero e indicate le loro proprietà.

11 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Un triangolo non ha diagonali. V F

b) Un triangolo avente due lati congruenti non ha due angoli congruenti. V F

c) Un triangolo equilatero non è isoscele. V F

d) Un triangolo scaleno può avere due angoli congruenti. V F

12 È possibile costruire un triangolo isoscele avente la base doppia del lato? Perché? [No]

13 I lati di un triangolo isoscele misurano ciascuno 10 cm. Spiegate perché la misura b della base deve verificare la disuguaglianza $0 < b < 20$.

Teoria da pag. 42 a pag. 57

4

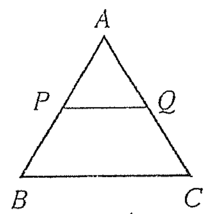
14 Il perimetro di un triangolo isoscele è di 21,5 cm e la base supera ciascun lato di 5 cm. Calcolate la misura dei lati del triangolo. [5,5 cm; 5,5 cm; 10,5 cm]

15 Il perimetro di un triangolo isoscele è di 96 cm e la base è $\frac{6}{5}$ di ciascuno dei due lati congruenti. Calcolate la misura dei lati del triangolo. [30 cm; 30 cm; 36 cm]

16 Un triangolo equilatero, avente il lato di 25 cm, ed un triangolo isoscele hanno lo stesso perimetro. Sapendo che la base del triangolo isoscele misura 31 cm, calcolate la misura degli altri due lati. [22 cm]

17 Il perimetro di un triangolo isoscele è di 66 cm e la base è $\frac{5}{3}$ di ciascuno dei due lati congruenti. Qual è la lunghezza della base? [30 cm]

18 Disegnate un triangolo equilatero ABC e congiungete il punto medio P del lato AB con il punto medio Q del lato AC. Verificate che anche il triangolo APQ è equilatero e che il suo perimetro è la metà di quello del triangolo ABC.



19 Il perimetro di un triangolo isoscele è di 72 cm e ciascun lato è doppio della base. Qual è la misura di ciascuno dei suoi lati? [14,4 cm; 28,8 cm]

20 Il perimetro di un triangolo isoscele è di 44,1 dm e ciascun lato è triplo della base. Calcolate la misura della base e quella del lato del triangolo. [6,3 dm; 18,9 dm]

21 Determinate di quanto deve aumentare la misura del lato di un triangolo equilatero, che è di 29 cm, affinché il perimetro sia di 111 cm. [8 cm]

22 Determinate di quanto deve diminuire la misura del lato di un triangolo equilatero, che è di 43 cm, affinché il perimetro sia di 96 cm. [11 cm]

23 I lati di un triangolo ABC misurano rispettivamente $AB = 19$ cm, $BC = 23$ cm, $CA = 25$ cm. Calcolate la lunghezza di ciascuno dei segmenti che dovete sottrarre da ogni lato del triangolo per ottenere un triangolo equilatero avente il perimetro di 48 cm.
[Sottrarre da AB un segmento di 3 cm, uno di 7 cm da BC ed uno di 9 cm da CA]

24 Due lati di un triangolo misurano rispettivamente 16 cm e 19 cm. Quale deve essere la lunghezza del perimetro del triangolo affinché esso risulti isoscele?
[Si hanno due soluzioni: 51 cm; 54 cm]

25 I lati di un triangolo ABC misurano rispettivamente $AB = 29$ cm, $BC = 36$ cm, $CA = 40$ cm. Calcolate la lunghezza di ciascuno dei segmenti che dovete addizionare ad ogni lato del triangolo per ottenere un triangolo equilatero avente il perimetro di 159 cm.
[Addizionare ad AB un segmento di 24 cm, a BC uno di 17 cm ed uno di 13 cm a CA]

Angoli di un triangolo

Teoria da pag. 42 a pag. 57

4

Conoscendo l'ampiezza di due angoli di un triangolo, calcolate l'ampiezza del terzo angolo:

26 43° 72° [65°]

27 67° 54° [59°]

28 39° 88° 24′ [52° 36′]

29 71° 8′ 39° 44′ [69° 8′]

30 54° 20′ 57° 10′ [68° 30′]

31 72° 28′ 30″ 35° 16′ 28″ [72° 15′ 2″]

32 40° 16′ 25″ 60° 29′ 42″ [79° 13′ 53″]

33 36° 28′ 42″ 56° 20′ 19″ [87° 10′ 59″]

34 27° 34′ 39″ 67° 28′ 42″ [84° 56′ 39″]

35 15° 32′ 40″ 34° 14′ 27″ [130° 12′ 53″]

Completate la seguente tabella e segnate la risposta esatta:

	Ampiezze degli angoli di un triangolo ABC			Tipo di triangolo rispetto agli angoli		
	$\widehat{A}$	$\widehat{B}$	$\widehat{C}$	acutangolo	rettangolo	ottusangolo
~~36~~	27°	36°		☐	☐	☐
~~37~~	51°		66°	☐	☐	☐
~~38~~		58°	32°	☐	☐	☐
~~39~~	89°	61°		☐	☐	☐
40	62° 25′	51° 18′		☐	☐	☐
41	36° 10′ 30″		47° 20′ 45″	☐	☐	☐
42	35° 36′		54° 24′	☐	☐	☐
43		57° 30′	32° 30′	☐	☐	☐

44 Disegnate il diagramma di Venn che rappresenta l'insieme dei triangoli classificati in base agli angoli.

45 Ciascun angolo di un triangolo equilatero quale frazione è dell'angolo giro?

46 Ciascun angolo acuto di un triangolo rettangolo isoscele quale frazione è dell'angolo piatto?

47 Scrivete le misure degli angoli di un triangolo in modo che risulti:
a) ottusangolo *b*) rettangolo *c*) acutangolo

48 Disegnate un triangolo rettangolo di ipotenusa BC e un triangolo rettangolo di cateti HP e PK.

49 Spiegate perché gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sono complementari.

50 Se la somma di due angoli di un triangolo misura 80°, di quale tipo di triangolo si tratta?

51 Se la somma di due angoli di un triangolo misura 90°, di quale tipo di triangolo si tratta?

52 Spiegate perché un triangolo ottusangolo non può avere due angoli di 74° e 65°.

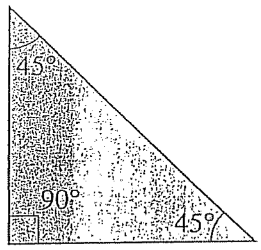
53 Un triangolo rettangolo può avere due angoli acuti di 36° e 54°?

54 Spiegate perché un triangolo acutangolo non può avere due angoli di 40° e 44°.

55 Disegnate un triangolo isoscele che abbia l'angolo al vertice doppio di ciascuno degli angoli alla base. Come risulta il triangolo rispetto agli angoli?

Teoria da pag. 42 a pag. 57

4



56 Segnate la risposta esatta:

a) Un triangolo ottusangolo può essere scaleno? SI NO
b) Un triangolo ottusangolo può essere isoscele? SI NO
c) Un triangolo ottusangolo può essere equilatero? SI NO
d) Un triangolo rettangolo può essere scaleno? SI NO
e) Un triangolo rettangolo può essere isoscele? SI NO
f) Un triangolo rettangolo può essere equilatero? SI NO
g) Un triangolo acutangolo può essere scaleno? SI NO
h) Un triangolo acutangolo può essere isoscele? SI NO
i) Un triangolo acutangolo può essere equilatero? SI NO

57 Completate le seguenti affermazioni:

a) Gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sono ....

b) Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono ....

c) Gli angoli di un triangolo equilatero sono ....

d) In un triangolo ottusangolo il lato opposto all'angolo ottuso è ....
....

e) Se gli angoli di un triangolo sono tali che il secondo è doppio del primo ed il terzo triplo del primo, il triangolo è ....

Calcolate l'ampiezza di un angolo acuto di un triangolo rettangolo, conoscendo l'ampiezza dell'altro angolo acuto:

58 20° [70°]

59 28° [62°]

60 80° [10°]

61 79° 29′ [10° 31′]

62 55° 17′ 26″ [34° 42′ 34″]

63 50° 18′ 39″ [39° 41′ 21″]

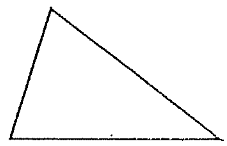
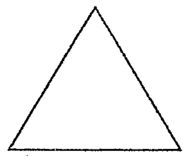
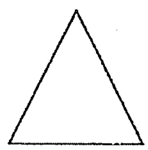
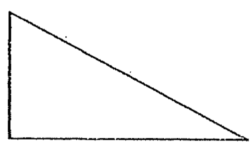
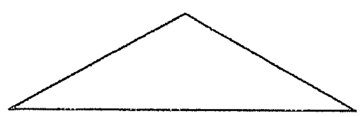
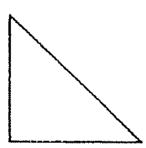
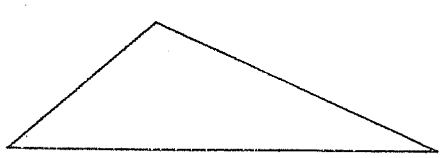
64 14° 38′ 2″ [75° 21′ 58″]

65 55° 42′ 37″ [34° 17′ 23″]

Teoria → da pag. 42 a pag. 57

4

66 Accanto a ciascuno dei seguenti triangoli, scrivete la sua classificazione rispetto ai lati e rispetto agli angoli, come nell'esempio:

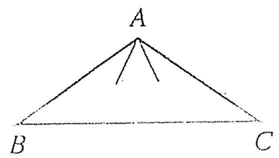
Triangoli	*Classificazione rispetto ai lati*	*Classificazione rispetto agli angoli*
	Scaleno	Acutangolo
		
		
		
		
		
		

67 In un triangolo isoscele l'angolo al vertice misura $63° 17' 24''$. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli alla base. [$58° 21' 18''$]

68 L'angolo al vertice di un triangolo isoscele è la metà di ciascuno degli angoli alla base. Calcolate l'ampiezza degli angoli del triangolo. [$36°$; $72°$; $72°$]

69 Gli angoli alla base di un triangolo isoscele misurano ciascuno $47° 19' 50''$. Calcolate l'ampiezza dell'angolo al vertice. [$85° 20' 20''$]

70 L'angolo al vertice di un triangolo isoscele è triplo di ciascuno degli angoli alla base. Calcolate l'ampiezza degli angoli del triangolo. [$108°$; $36°$; $36°$]



$\widehat{A} = 3 \times \widehat{B}$

$\widehat{B} = \widehat{C}$

Teoria da pag. 42 a pag. 57

4

71 In un triangolo ABC l'angolo $\widehat{B}$ è doppio di $\widehat{A}$ e l'angolo $\widehat{C}$ è triplo di $\widehat{B}$. Calcolate l'ampiezza dei tre angoli. [$\widehat{A} = 20°$; $\widehat{B} = 40°$; $\widehat{C} = 120°$]

72 La differenza di due angoli di un triangolo è di $28°$ ed uno di essi è $\frac{3}{5}$ dell'altro. Calcolate l'ampiezza degli angoli del triangolo. [$42°$; $70°$; $68°$]

73 Gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sono l'uno doppio dell'altro. Calcolate la loro ampiezza. [$30°$; $60°$]

74 Gli angoli acuti di un triangolo rettangolo sono l'uno triplo dell'altro. Calcolate la loro ampiezza. [$22° 30'$; $67° 30'$]

75 In un triangolo rettangolo un angolo acuto è $\frac{3}{5}$ dell'altro. Calcolate la loro ampiezza. [$33° 45'$; $56° 15'$]

76 In un triangolo rettangolo un angolo acuto supera l'altro di $6°$. Calcolate l'ampiezza dei due angoli. [$42°$; $48°$]

77 In un triangolo rettangolo un angolo acuto supera l'altro di $3° 39' 10''$. Calcolate l'ampiezza dei due angoli. [$46° 49' 35''$; $43° 10' 25''$]

78 La differenza degli angoli acuti di un triangolo rettangolo misura $19° 31' 38''$. Calcolate l'ampiezza dei due angoli. [$54° 45' 49''$; $35° 14' 11''$]
(*Conoscete l'ampiezza della somma e della differenza dei due angoli; quindi ...*).

7 Altezze, mediane, bisettrici ed assi di un triangolo

79 Disegnate un triangolo rettangolo, tracciate le tre altezze e individuate il suo ortocentro.

80 Completate le seguenti affermazioni:

L'ortocentro di un triangolo, cioè il punto di intersezione delle tre altezze:

è interno in un triangolo ....;

coincide con il vertice dell'angolo .... in un triangolo ....;

è esterno in un triangolo ....

81 Disegnate un triangolo acutangolo, tracciate le tre mediane e individuate il suo baricentro.

82 Disegnate un triangolo rettangolo e tracciate la mediana relativa all'ipotenusa.

Teoria da pag. 42 a pag. 57

4

83 Spiegate che cosa si intende per bisettrice di un triangolo relativa ad un angolo.

84 Disegnate un triangolo, tracciate le bisettrici dei suoi angoli e individuate il suo incentro.

85 Spiegate che cosa si intende per asse di un triangolo relativo a un lato.

86 Disegnate un triangolo acutangolo e un triangolo rettangolo e individuate i loro circocentri.

87 Completate le seguenti affermazioni:
Il circocentro di un triangolo, cioè il punto di intersezione dei suoi assi:
è interno in un triangolo ....;
coincide con il punto medio dell' .... in un triangolo ....;
è esterno in un triangolo ....

88 Segnate la risposta esatta:

	rette	semirette	segmenti
Le altezze di un triangolo sono	☐	☐	☐
Le mediane di un triangolo sono	☐	☐	☐
Le bisettrici di un triangolo sono	☐	☐	☐
Gli assi di un triangolo sono	☐	☐	☐

89 Quale dei punti notevoli di un triangolo è equidistante dai lati e quale è equidistante dai vertici?

90 Segnate quali dei punti notevoli di un triangolo sono sempre interni al triangolo stesso:
☐ ortocentro ☐ baricentro
☐ incentro ☐ circocentro

91 Due angoli di un triangolo misurano rispettivamente 38° e 49°. È esatto affermare che in tale triangolo l'ortocentro ed il circocentro sono esterni al triangolo? Perché?

92 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:
a) La mediana e l'altezza di un triangolo relative ad un lato possono coincidere. V F
b) L'incentro di un triangolo non può essere esterno al triangolo stesso. V F
c) Esistono triangoli aventi il baricentro esterno. V F
d) I punti notevoli di un triangolo non possono coincidere in un unico punto. V F
e) Il circocentro di un triangolo è equidistante dai lati. V F

93 Disegnate un triangolo, tracciate i tre assi e verificate che il circocentro è equidistante dai tre vertici del triangolo.

94 Disegnate un triangolo equilatero e determinate i suoi quattro punti notevoli, verificando che coincidono in un unico punto.

95 Disegnate un triangolo isoscele e determinate i suoi quattro punti notevoli, verificando che sono allineati.

96 Disegnate un triangolo isoscele e tracciate le altezze relative ai due lati congruenti. Verificate che tali altezze sono congruenti.

97 Disegnate un triangolo isoscele e tracciate le mediane relative ai due lati congruenti. Verificate che tali mediane sono congruenti.

98 Verificate che in ogni triangolo isoscele l'altezza, la mediana e la bisettrice relativa alla base coincidono.

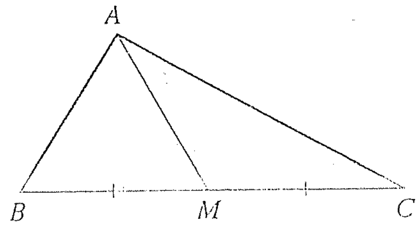
99 Disegnate un triangolo acutangolo e verificate che ogni altezza è minore di ciascuno dei lati uscenti dallo stesso vertice. Perché?

100 Disegnate tre triangoli rettangoli isosceli e verificate che l'altezza relativa alla base è la metà della base stessa.

101 Verificate che ogni altezza di un triangolo equilatero lo divide in due triangoli rettangoli, ciascuno dei quali ha un angolo acuto doppio dell'altro. Perché?

102 La mediana AM, relativa al lato BC di un triangolo ABC, scompone il triangolo nel triangolo equilatero ABM e nel triangolo ottusangolo AMC. Sapendo che il perimetro del triangolo ABM è di 59,4 cm e che $AC = 35,3$ cm, calcolate i perimetri dei triangoli ABC ed AMC.

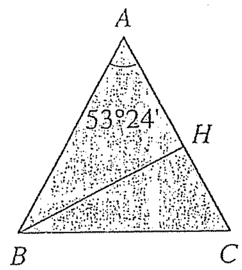
[94,7 cm; 74,9 cm]



Teoria da pag. 42 a pag. 57

103 L'angolo al vertice $\widehat{A}$ di un triangolo isoscele ABC misura 53° 24'. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli in cui l'angolo $\widehat{B}$ resta diviso dall'altezza BH relativa ad uno dei lati congruenti del triangolo.

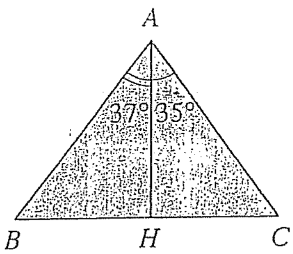
[36° 36'; 26° 42']



104 In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa divide l'angolo retto in due angoli, uno dei quali ha l'ampiezza di 40° 18'. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli acuti del triangolo. [49° 42'; 40° 18']

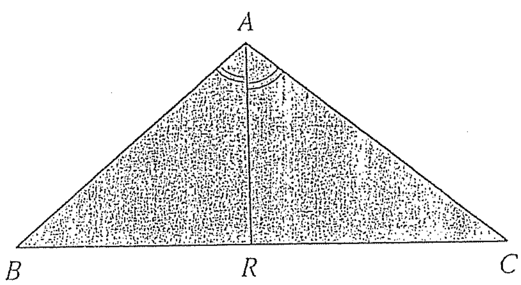
105 In un triangolo acutangolo ABC l'altezza AH relativa al lato BC forma con i lati uscenti da A due angoli che misurano rispettivamente 37° e 35°. Calcolate l'ampiezza degli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ del triangolo.

[53°; 55°]



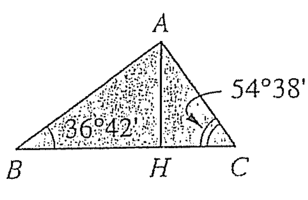
106 Nel triangolo ABC gli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ misurano rispettivamente 42° 16' e 38° 40'. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli dei triangoli in cui il triangolo dato risulta scomposto dalla bisettrice AR dell'angolo $\widehat{A}$.

[49° 32'; 42° 16'; 88° 12' e 49° 32'; 91° 48'; 38° 40']



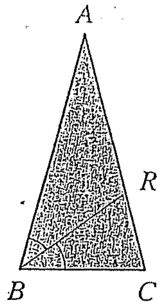
107 Nel triangolo ABC gli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ misurano rispettivamente 36° 42' e 54° 38'. Calcolate l'ampiezza di ciascuno dei due angoli in cui l'angolo $\widehat{A}$ risulta diviso dall'altezza AH relativa al lato BC.

[53° 18'; 35° 22']



108 L'angolo al vertice $\widehat{A}$ del triangolo isoscele ABC misura 74° 16'. Calcolate l'ampiezza di ciascun angolo dei triangoli ABR e BCR in cui il triangolo isoscele risulta scomposto dalla bisettrice BR dell'angolo alla base $\widehat{B}$. [74° 16'; 26° 26'; 79° 18' e 26° 26'; 52° 52'; 100° 42']

109 In un triangolo isoscele ABC l'angolo al vertice $\widehat{A}$ misura 28° 36′ 44″. Tracciate la bisettrice BR di uno degli angoli alla base e calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli dei due triangoli ABR e BCR in cui il triangolo dato risulta diviso dalla bisettrice.
[37° 50′ 49″; 75° 41′ 38″; 66° 27′ 33″ e 28° 36′ 44″; 37° 50′ 49″; 113° 32′ 27″]

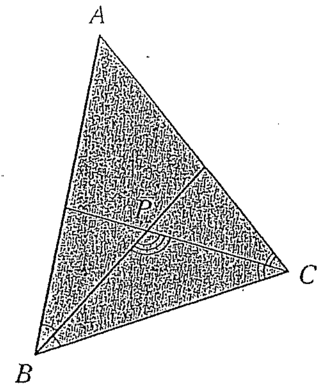


Teoria → da pag. 42 a pag. 57

4

110 In un triangolo rettangolo un angolo acuto è doppio dell'altro. Calcolate l'ampiezza degli angoli formati dalle bisettrici dei due angoli acuti del triangolo. [135°; 45°]

111 Nel triangolo ABC gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$ misurano rispettivamente 50° e 74°. Tracciate le bisettrici degli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ e calcolate l'ampiezza dell'angolo $\widehat{BPC}$ da esse formato. [115°]



112 Nel triangolo isoscele ABC, di base BC, l'angolo al vertice $\widehat{A}$ misura 70°. Conducete l'altezza relativa alla base e la bisettrice relativa ad uno degli angoli congruenti. Calcolate l'ampiezza di uno degli angoli acuti che esse formano. [62° 30′]

Criteri di congruenza dei triangoli

113 Segnate la risposta esatta:

Due triangoli sono congruenti per il primo criterio se hanno rispettivamente congruenti:

a) i tre angoli ☐
b) i tre lati ☐
c) due lati e l'angolo compreso ☐

114 Dati i triangoli congruenti BCD e $B'C'D'$, indicate quali uguaglianze devono esistere affinché verifichino il primo criterio di congruenza dei triangoli.

115 Segnate la risposta esatta:

Due triangoli sono congruenti per il secondo criterio se hanno rispettivamente congruenti:

a) due angoli ed il lato opposto ad uno di essi ☐
b) i tre lati ☐
c) un lato ed i due angoli ad esso adiacenti ☐

116 Dati i triangoli congruenti CDE e $C'D'E'$, indicate quali uguaglianze devono esistere affinché verifichino il secondo criterio di congruenza dei triangoli.

117 Segnate la risposta esatta:

Due triangoli sono congruenti per il terzo criterio se hanno rispettivamente congruenti:

a) i tre angoli ☐
b) i tre lati ☐
c) due lati e l'angolo opposto ad uno di essi ☐

118 Dati i triangoli congruenti PQR e $P'Q'R'$, indicate quali uguaglianze devono esistere affinché verifichino il terzo criterio di congruenza dei triangoli.

119 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$ si hanno i seguenti dati:

$AB = 20$ cm $\qquad A'B' = 20$ cm
$BC = 18$ cm $\qquad B'C' = 18$ cm
$\widehat{B} = 54°$ $\qquad \widehat{B'} = 54°$

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

120 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$ si hanno i seguenti dati:

$BC = 30$ cm $\qquad B'C' = 30$ cm
$\widehat{B} = 54°$ $\qquad \widehat{B'} = 54°$
$\widehat{C} = 67°$ $\qquad \widehat{C'} = 67°$

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

Teoria da pag. 42 a pag. 57

4

121 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$ si hanno i seguenti dati:

$AB = 45$ cm $\qquad A'B' = 45$ cm
$BC = 36$ cm $\qquad B'C' = 36$ cm
$\widehat{A} = 70°$ $\qquad \widehat{A'} = 70°$

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

122 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$ si hanno i seguenti dati:

$AB = 25$ cm $\qquad A'B' = 25$ cm
$BC = 27$ cm $\qquad B'C' = 27$ cm
$CA = 20$ cm $\qquad C'A' = 20$ cm

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

123 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$, rettangoli rispettivamente in A ed in A', si hanno i seguenti dati:

$AB = 16$ cm $\qquad A'B' = 16$ cm
$AC = 12$ cm $\qquad A'C' = 12$ cm

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio di congruenza dei triangoli rettangoli.

124 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$, rettangoli rispettivamente in A ed in A', si hanno i seguenti dati:

$AB = 25$ cm $\qquad A'B' = 25$ cm
$\widehat{B} = 38°$ $\qquad \widehat{C'} = 52°$

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio di congruenza dei triangoli rettangoli.

125 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$, rettangoli rispettivamente in A ed in A', si hanno i seguenti dati:

$AB = 45$ cm $\qquad A'B' = 45$ cm
$\widehat{B} = 39°$ $\qquad \widehat{C'} = 51°$

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio di congruenza dei triangoli rettangoli.

126 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$, rettangoli rispettivamente in A ed in A', si hanno i seguenti dati:

$AB = 19$ cm $\qquad A'B' = 19$ cm
$BC = 24$ cm $\qquad B'C' = 24$ cm

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio di congruenza dei triangoli rettangoli.

127 I triangoli ABC ed $A'B'C'$ sono rettangoli rispettivamente in A ed in A'. Quali condizioni devono verificarsi affinché i triangoli risultino congruenti per il primo criterio di congruenza dei triangoli rettangoli?

128 I triangoli ABC ed $A'B'C'$ sono rettangoli rispettivamente in A ed in A'. Quali condizioni devono verificarsi affinché i triangoli risultino congruenti per il secondo criterio di congruenza dei triangoli rettangoli?

Teoria da pag. 42 a pag. 57

4

129 I triangoli ABC ed $A'B'C'$ sono rettangoli rispettivamente in A ed in A'. Quali condizioni devono verificarsi affinché i triangoli risultino congruenti per il terzo criterio di congruenza dei triangoli rettangoli?

130 Dei triangoli ABC ed $A'B'C'$ si hanno i seguenti dati:

$p = p' \qquad AB = A'B' \qquad BC = B'C'$

I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

131 Due triangoli equilateri hanno, il primo, il lato di 4,56 dm ed il secondo il perimetro di 13,68 dm. I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

132 Due triangoli isosceli hanno congruenti il perimetro e la base. I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

133 Due triangoli isosceli hanno, il primo, la base di 18 cm ed i lati congruenti di 21 cm, il secondo la base congruente a quella del primo ed il perimetro di 60 cm. I due triangoli sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.

134 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Due triangoli equilateri, aventi i perimetri congruenti, sono congruenti. V F

b) Due triangoli, aventi rispettivamente congruenti due lati e l'angolo opposto ad uno di essi, sono congruenti. V F

c) Due triangoli isosceli, aventi rispettivamente congruenti l'angolo al vertice e la base, sono congruenti. V F

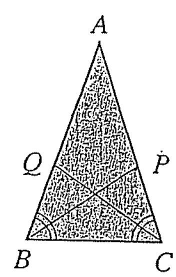
d) La mediana relativa al lato di un triangolo scompone il triangolo stesso in due triangoli congruenti. V F

e) La bisettrice di un angolo di un triangolo scompone il triangolo stesso in due triangoli congruenti. V F

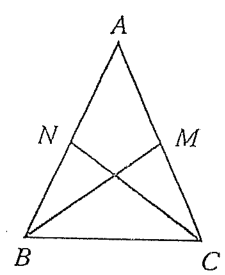
135 In un triangolo isoscele la mediana relativa alla base lo scompone in due triangoli. Per quale criterio i due triangoli sono congruenti?

136 In un triangolo isoscele la bisettrice relativa all'angolo al vertice lo scompone in due triangoli. Per quale criterio i due triangoli sono congruenti?

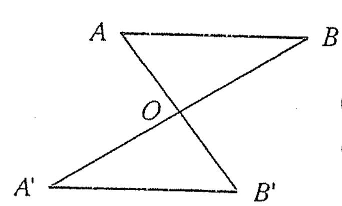
137 Disegnate un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, e tracciate le bisettrici BP e CQ rispettivamente degli angoli alla base $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$. I triangoli BCP e CQB sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.



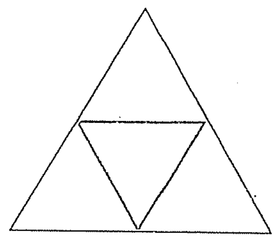
138 Disegnate un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, e tracciate le mediane BM e CN relative rispettivamente ai lati AC ed AB. Per quale criterio i triangoli ANC ed AMB sono congruenti?



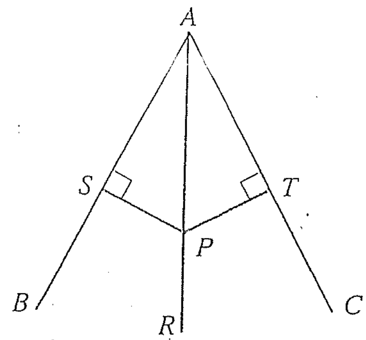
139 Disegnate due segmenti congruenti e paralleli AB ed $A'B'$ e congiungete A con B' e B con A'. Sia O il punto di intersezione dei segmenti AB' e BA'. I triangoli AOB ed $A'OB'$ sono congruenti? In caso affermativo indicate per quale criterio.



140 Disegnate un triangolo equilatero e congiungete i punti medi dei suoi lati: perché i quattro triangoli equilateri così ottenuti sono congruenti fra loro?



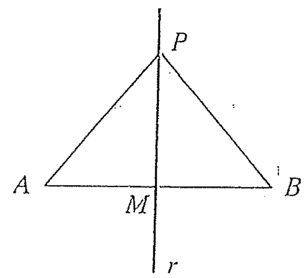
141 Sia P un punto della bisettrice AR dell'angolo $B\widehat{A}C$. Da P conducete il segmento PS, perpendicolare ad AB, ed il segmento PT, perpendicolare ad AC. Dimostrate che i triangoli ASP ed ATP sono congruenti.



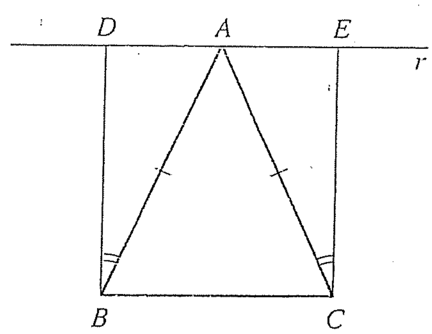
da pag. 42 a pag. 57

4

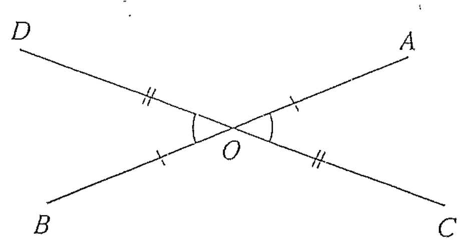
142 Dato l'asse r di un segmento AB, segnate un punto qualsiasi P dell'asse stesso, non appartenente ad AB, e dimostrate che i triangoli PMA e PMB sono congruenti.



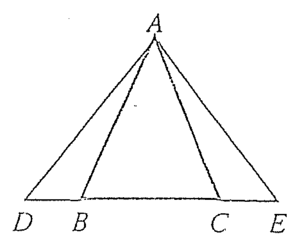
143 Dato il triangolo ABC, isoscele sulla base BC, tracciate per il vertice A la parallela r alla base BC. Da ciascuno dei vertici B e C tracciate la perpendicolare alla retta r. Tali perpendicolari intersecano la retta r rispettivamente nei punti D ed E. Dimostrate che i triangoli rettangoli ADB ed AEC sono congruenti.
(Gli angoli $D\widehat{B}A$ ed $E\widehat{C}A$ sono congruenti perché complementari di angoli ...; inoltre ...).



144 Date due rette incidenti in O, portate su una stessa retta e da parti opposte rispetto ad O i segmenti OA ed OB congruenti fra loro; sull'altra portate, sempre da parti opposte rispetto ad O, i segmenti congruenti fra loro, ma non ai precedenti, OC ed OD. Per quale criterio di congruenza sono congruenti i triangoli OAC ed OBD?



145 Dato il triangolo ABC, isoscele sulla base BC, portate sui prolungamenti della base, da una parte e dall'altra, i segmenti congruenti BD e CE. Dimostrate che i triangoli ABD ed ACE sono congruenti.



CAPITOLO 5

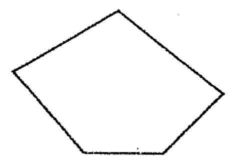
Esercizi

I poligoni

Teoria → da pag. 58 a pag. 73

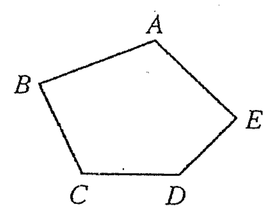
Ciò che devi sapere... per saper fare

Si dice **poligono** la parte finita di piano limitata da una spezzata chiusa che si considera appartenente al poligono.
Si dice **perimetro** di un poligono la somma dei suoi lati.

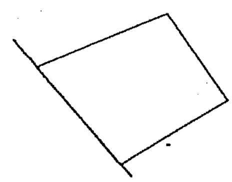


Ciascun lato di ogni poligono è minore della somma di tutti gli altri lati.

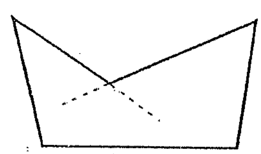
$AB < BC + CD + DE + EA$



Un poligono si dice **convesso** se si trova tutto da una stessa parte rispetto a ciascuna delle rette cui appartiene un suo lato.



Un poligono si dice **concavo** se risulta attraversato dalle rette di qualche suo lato.

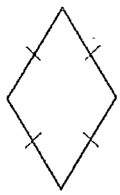
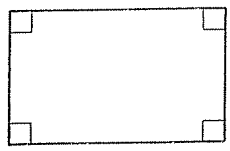
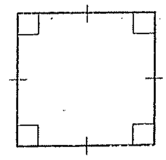


Denominazione dei poligoni

Triangolo	poligono di 3 lati	**Ennagono**	poligono di 9 lati
Quadrilatero o quadrangolo	poligono di 4 lati	**Decagono**	poligono di 10 lati
Pentagono	poligono di 5 lati	**Endecagono**	poligono di 11 lati
Esagono	poligono di 6 lati	**Dodecagono**	poligono di 12 lati
Ettagono	poligono di 7 lati	**Pentadecagono**	poligono di 15 lati
Ottagono	poligono di 8 lati	**Icosagono**	poligono di 20 lati

da pag. 58 a pag. 73

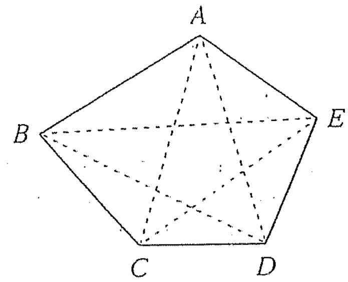
5

Poligono equilatero	Poligono equiangolo	Poligono regolare
		
Un poligono si dice **equilatero** se ha tutti i lati congruenti.	Un poligono si dice **equiangolo** se ha tutti gli angoli congruenti	Un poligono si dice **regolare** se è equilatero ed equiangolo e cioè se ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti.

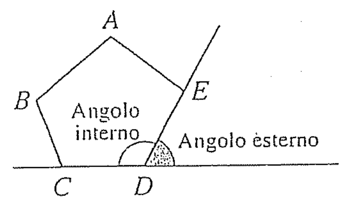
Si dice **diagonale** di un poligono ogni segmento che unisce due suoi vertici non consecutivi.
Il numero delle diagonali di un poligono è:

$$\frac{n \times (n-3)}{2}$$

essendo n il numero dei lati e quindi quello dei vertici.

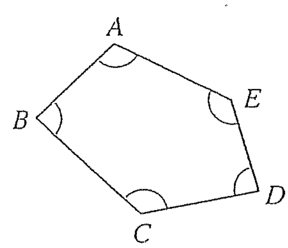


Si dice **angolo interno** o semplicemente **angolo** di un poligono ogni angolo formato da due lati consecutivi.
Si dice **angolo esterno** di un poligono ogni angolo adiacente ad un angolo interno del poligono.



La somma S_i degli angoli interni di un poligono è tanti angoli piatti quanti sono i lati del poligono, meno due angoli piatti.

$S_i = (n-2)$ angoli piatti cioè misura: $S_i = (n-2) \times 180°$

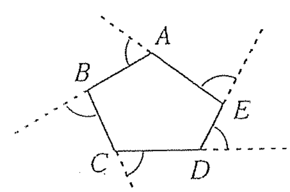


La somma degli angoli interni e degli angoli esterni di un poligono di n lati è n angoli piatti, cioè misura $n \times 180°$.

$S_t = n$ angoli piatti cioè misura: $S_t = n \times 180°$

La somma degli angoli esterni di un poligono è due angoli piatti, cioè misura 360°, qualunque sia il numero dei lati.

$S_e = 2$ angoli piatti cioè misura: $S_e = 2 \times 180° = 360°$

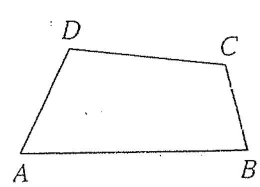


Si dice **quadrilatero** o **quadrangolo** ogni poligono avente quattro lati.

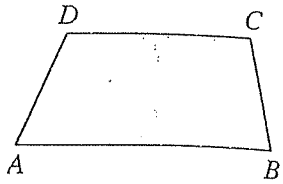
La somma degli angoli interni di un quadrilatero è di due angoli piatti, cioè misura 360°.

Ogni quadrilatero ha due diagonali.

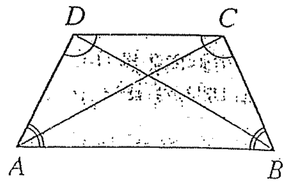
Nel quadrilatero $ABCD$:
i lati opposti sono AB e CD, BC e DA;
gli angoli opposti sono $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$;
i vertici opposti sono A e C, B e D.



Si dice **trapezio** ogni quadrilatero avente due lati opposti paralleli, che si dicono **basi** (**base maggiore** e **base minore**); i lati non paralleli si dicono lati **obliqui**.
In ogni trapezio sono supplementari gli angoli i cui vertici sono estremi di uno stesso lato obliquo ($\widehat{A}$ e $\widehat{D}$ sono supplementari; $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ sono supplementari).



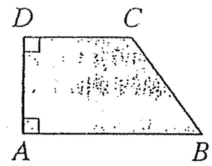
Un trapezio si dice **isoscele** se i lati obliqui sono congruenti.
In ogni trapezio isoscele le diagonali sono congruenti.
In ogni trapezio isoscele gli angoli adiacenti ad una stessa base, e cioè i due angoli che ciascuna base forma con i lati obliqui, sono congruenti.



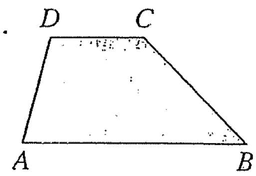
Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

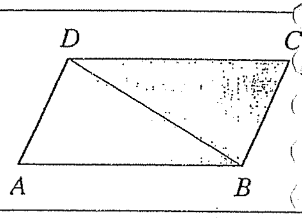
Un trapezio si dice **rettangolo** se ha due angoli retti e cioè se uno dei lati obliqui è perpendicolare alle basi.



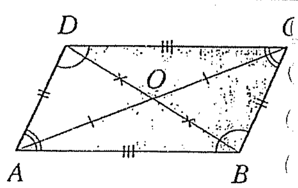
Un trapezio si dice **scaleno** se i lati obliqui non sono congruenti e se nessuno di essi è perpendicolare alle basi.



Si dice **parallelogrammo** ogni quadrilatero avente i lati opposti paralleli.
Si dice **altezza** di un parallelogrammo la distanza fra le rette parallele cui appartengono la base ed il lato opposto.
Ogni parallelogrammo è diviso da ciascuna diagonale in due triangoli congruenti.

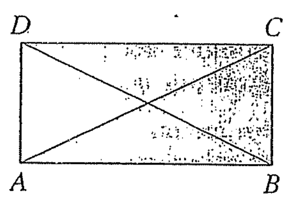


In ogni parallelogrammo:
a) i lati opposti sono congruenti
b) gli angoli opposti sono congruenti
c) le diagonali si dimezzano scambievolmente
d) gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari

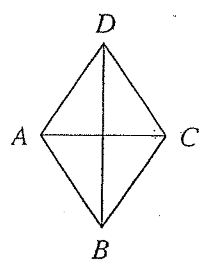


Parallelogrammi particolari: rettangolo, rombo e quadrato

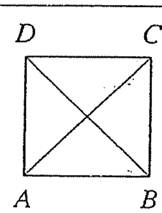
Si dice **rettangolo** ogni parallelogrammo avente tutti gli angoli retti.
Le diagonali di ogni rettangolo sono congruenti.
Ogni parallelogrammo avente le diagonali congruenti è un **rettangolo**.



Si dice **rombo** ogni parallelogrammo equilatero, avente cioè tutti i lati congruenti.
Le diagonali di ogni rombo sono perpendicolari.
Ogni parallelogrammo avente le diagonali perpendicolari è un **rombo**.



Si dice **quadrato** ogni parallelogrammo equilatero ed equiangolo, avente cioè tutti i lati congruenti e tutti gli angoli congruenti, quindi retti.
Le diagonali di ogni quadrato sono congruenti e perpendicolari.
Ogni parallelogrammo avente le diagonali congruenti e perpendicolari è un **quadrato**.



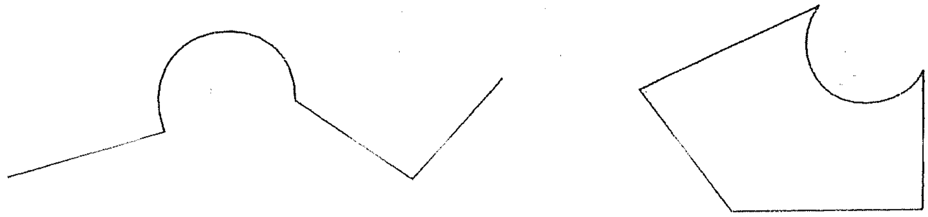
Introduzione ai poligoni

Teoria da pag. 58 a pag. 73

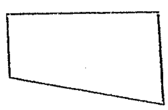
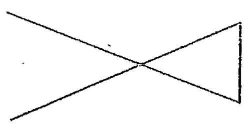
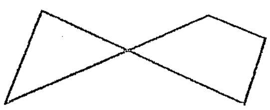
5

1 Spiegate con opportuni esempi che cosa si intende per spezzata.

2 Spiegate perché le seguenti linee non sono spezzate:



3 Completate la seguente tabella come nell'esempio:

Spezzata	*aperta*	*chiusa*	*semplice*	*intrecciata*
	SI	NO	SI	NO
				
				
				

4 Disegnate tre spezzate aperte semplici.

5 Disegnate tre spezzate chiuse semplici.

6 Disegnate tre spezzate aperte intrecciate.

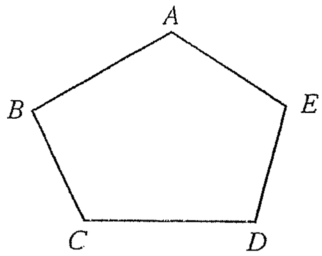
7 Disegnate tre spezzate chiuse intrecciate.

8 Disegnate una spezzata aperta semplice avente quattro lati congruenti.

9 Disegnate una spezzata aperta intrecciata avente cinque lati congruenti.

10 Disegnate una spezzata aperta semplice avente i lati rispettivamente di 3 cm, 2 cm, 4 cm e 5 cm.

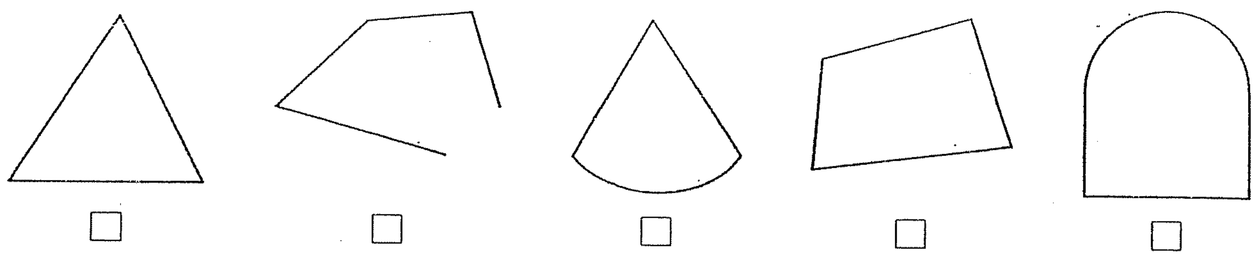
11 Con riferimento al disegno, spiegate che cosa si intende per poligono e dite quali sono i vertici, quali sono i lati e che cosa si intende per contorno e per perimetro di un poligono.



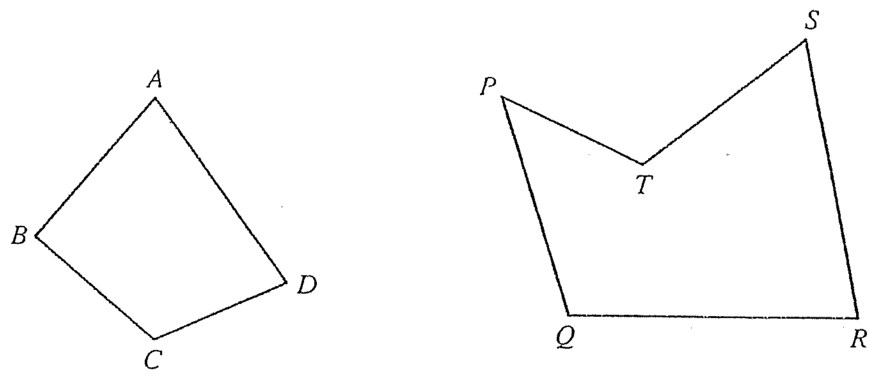
Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

12 Quali delle seguenti figure sono poligoni? In caso affermativo sbarratela casella.



13 Spiegate in che cosa si differenzia il poligono convesso $ABCD$ dal poligono concavo $PQRST$.



14 Disegnate un poligono di cinque lati, segnate gli angoli interni e per ognuno di essi segnate un angolo esterno ad esso adiacente.

15 Disegnate un triangolo, un quadrilatero, un pentagono ed un esagono.

16 Disegnate un ottagono ed un ennagono.

17 Disegnate un decagono, un endecagono ed un dodecagono.

18 Disegnate un triangolo e calcolate il suo perimetro mediante la riga graduata.

19 Disegnate un quadrilatero e calcolate il suo perimetro mediante la riga graduata.

20 Spiegate perché non è possibile costruire un quadrilatero i cui lati misurino rispettivamente 4 cm, 6 cm, 3 cm e 15 cm.

21 È possibile costruire un pentagono i cui lati misurino rispettivamente 4 cm, 6 cm, 7 cm, 12 cm e 27 cm? Perché?

22 Dite se tre segmenti, le cui misure espresse in centimetri sono date dai seguenti numeri, possono essere lati di un triangolo:

a)	8	10	12	SI NO	13	24	28	SI NO
b)	14	20	16	SI NO	19	32	10	SI NO
c)	19	22	41	SI NO	27	24	20	SI NO

23 Dite se quattro segmenti, le cui misure espresse in centimetri sono date dai seguenti numeri, possono essere lati di un quadrilatero:

a)	13	4	6	5	SI NO	12	15	60	36	SI NO
b)	5	6	7	20	SI NO	11	18	80	34	SI NO
c)	18	16	74	40	SI NO	20	32	18	19	SI NO

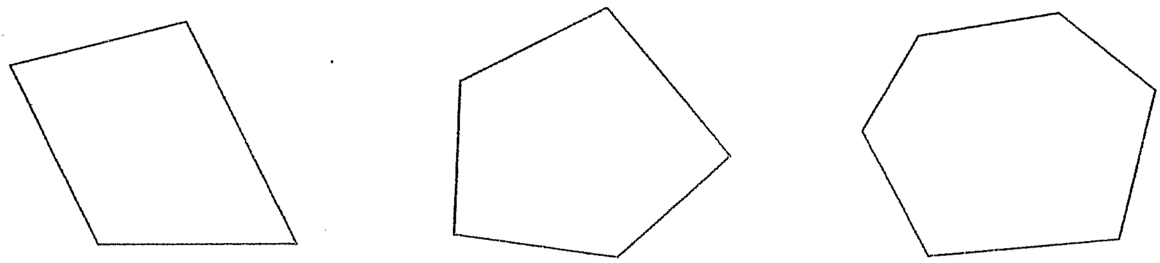
Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

24 Spiegate che cosa si intende per poligono regolare e disegnate un poligono regolare di 4 lati e un poligono regolare di 6 lati.

25 Spiegate che cosa si intende per diagonale di un poligono.

26 Disegnate un quadrilatero, un pentagono ed un esagono e tracciate le diagonali uscenti da uno dei loro vertici. Quante sono per ciascun poligono? Con quale formula si può ottenere il numero di tali diagonali, essendo noto il numero dei lati?



27 Calcolate quante diagonali escono da un vertice di ciascuno dei seguenti poligoni:

a) ettagono ottagono ennagono [4; 5; 6]

b) decagono pentadecagono icosagono [7; 12; 17]

c) poligono di 30 lati poligono di 35 lati [27; 32]

28 Disegnate un pentagono e tracciate tutte le sue diagonali.

29 Disegnate un esagono e tracciate tutte le sue diagonali.

30 Disegnate un ettagono e tracciate tutte le sue diagonali.

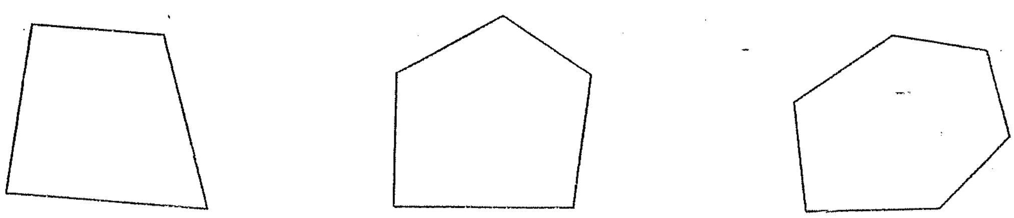
31 Quale poligono non ha diagonali? Perché?

32 Applicando la formula $\frac{n \times (n-3)}{2}$, in cui n è il numero dei lati del poligono, calcolate il numero delle diagonali di un:

a) decagono pentadecagono icosagono [35; 90; 170]

b) ottagono ennagono dodecagono [20; 27; 54]

33 Ricopiate sul quaderno i seguenti poligoni e scomponeteli in triangoli, tracciando opportunamente una o più diagonali.



Problemi sul perimetro dei poligoni

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

34 Un pentagono ha il perimetro di 74,5 cm e tre lati misurano rispettivamente 12,2 cm, 13,5 cm e 16,8 cm. Calcolate la misura di ciascuno degli altri due lati, sapendo che sono congruenti. [16 cm]

35 Il perimetro di un quadrilatero è di 183 cm, un lato misura 45 cm ed un altro 33 cm. Calcolate la misura degli altri due lati, sapendo che uno di essi è doppio dell'altro. [35 cm; 70 cm]

36 Il perimetro di un triangolo è di 48 cm e le misure dei tre lati sono espresse da numeri naturali tali che il secondo è consecutivo del primo ed il terzo consecutivo del secondo. Calcolate la misura dei lati. [15 cm; 16 cm; 17 cm]

37 Un lato di un triangolo misura 32 cm, un altro lato è $\frac{3}{4}$ di esso ed il terzo è $\frac{5}{8}$ della somma degli altri due. Calcolate il perimetro del triangolo. [91 cm]

38 Due lati di un quadrilatero misurano rispettivamente 22 m e 18 m ed il perimetro è di 75 m. Calcolate le misure degli altri due lati, sapendo che il maggiore supera l'altro di 3 m. [16 m; 19 m]

39 Un pentagono ha tre lati congruenti che misurano ciascuno 21 cm ed il perimetro è di 127 cm. Calcolate la misura degli altri due lati, sapendo che uno di essi è triplo dell'altro. [16 cm; 48 cm]

40 Un pentagono ha tre lati congruenti che misurano ciascuno 24 cm ed il perimetro è di 102 cm. Calcolate la misura degli altri due lati, sapendo che uno di essi è $\frac{3}{7}$ dell'altro. [21 cm; 9 cm]

41 Un lato di un quadrilatero misura 32 dm, un altro lato è $\frac{5}{8}$ di esso, un altro lato è $\frac{1}{2}$ della somma dei primi due e l'ultimo lato è $\frac{5}{6}$ della somma degli altri tre. Calcolate il perimetro del quadrilatero. [143 dm]

42 I tre lati di una spezzata aperta sono disposti in ordine di lunghezza crescente e la differenza fra un lato ed il precedente misura 8 cm. Calcolate la misura dei lati della spezzata, sapendo che la loro somma misura 60 cm. I lati della spezzata potrebbero costituire una spezzata chiusa? [12 cm; 20 cm; 28 cm; sì]

43 La somma dei lati di una spezzata di quattro lati misura 50 dm. Calcolate le misure dei suoi lati, sapendo che il secondo è doppio del primo, che il terzo è triplo del primo e che il quarto è quadruplo del primo. [5 dm; 10 dm; 15 dm; 20 dm]

44 Calcolate il perimetro di un triangolo, sapendo che un lato misura 10 cm, un altro è $\frac{4}{5}$ di esso ed il terzo è $\frac{7}{9}$ della somma degli altri due. [32 cm]

45

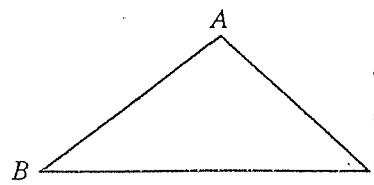
Del triangolo ABC si hanno i seguenti dati:

$AB = 35$ m

$BC = AB + 15$ m

$CA = AB - 5$ m

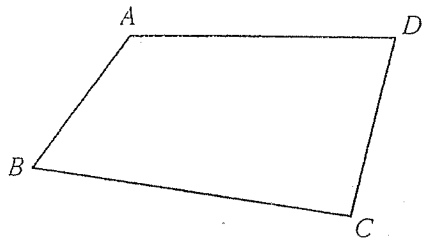
Calcolate il perimetro del triangolo. [115 m]



46

Del quadrilatero $ABCD$ si hanno i seguenti dati:

$AB = 25$ dm
$BC = 2AB$
$CD = \frac{6}{5}AB$
$DA = AB + 15$ dm



Calcolate il perimetro del quadrilatero. [145 dm]

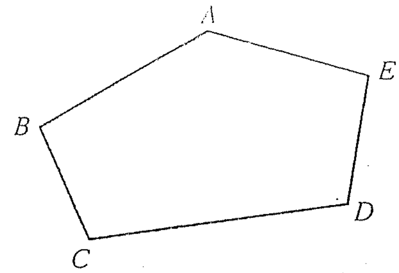
47

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

Del pentagono $ABCDE$ si hanno i seguenti dati:

$AB = 3$ m
$BC = AB - 1$ m
$CD = 2BC$
$DE = BC$
$EA = \frac{5}{8}CD$

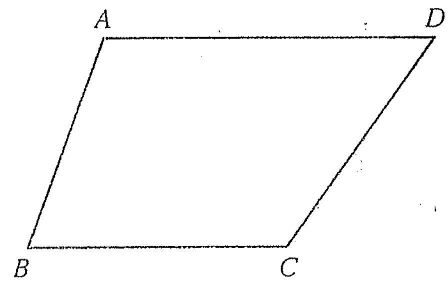


Calcolate il perimetro del pentagono. [13,5 m]

48

Del quadrilatero $ABCD$ si hanno i seguenti dati:

$AB = 35$ m
$BC = AB + 5$ m
$CD = BC$
$DA = \frac{10}{7}AB$

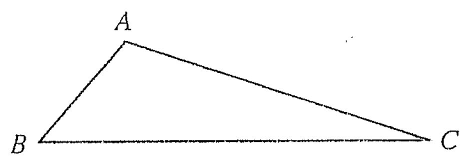


Calcolate il perimetro del quadrilatero. [165 m]

49

Del triangolo ABC si hanno i seguenti dati:

$p = 130$ cm
$3AB = BC$
$AC = 50$ cm



Calcolate la misura dei lati AB e BC. [20 cm; 60 cm]

Somma degli angoli interni e somma degli angoli esterni di un triangolo

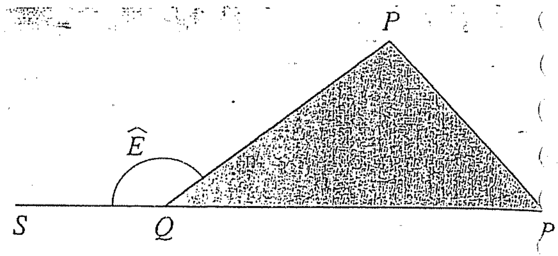
50 Disegnate un triangolo equilatero e segnate gli angoli interni. Quanto misura ciascuno di tali angoli?

51 Disegnate un triangolo equilatero e segnate gli angoli esterni, due per ogni angolo interno. Quanto misura ciascun angolo esterno di tale triangolo?

52 In un triangolo quanto misura la somma degli angoli interni e quanto la somma degli angoli esterni?

53 Un triangolo ABC ha l'angolo $\widehat{A}$ di 48°. Calcolate l'ampiezza dell'angolo $\widehat{B}$, in modo che il triangolo risulti rettangolo in C.

54 Dato il triangolo PQR, dimostrate che l'angolo $\widehat{E}$ adiacente all'angolo $\widehat{Q}$ è congruente alla somma dei due angoli interni $\widehat{P}$ ed $\widehat{R}$, ad esso non adiacenti.



55 Dato il triangolo isoscele di base BC, scrivete un'opportuna ampiezza di ciascun angolo alla base, in modo che il triangolo risulti ottusangolo. Indicate almeno tre diverse soluzioni.

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

56 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Se un triangolo ha due angoli acuti, il triangolo è acutangolo. V F

b) Se un angolo esterno di un triangolo è retto, il triangolo è rettangolo. V F

c) Gli angoli esterni di un triangolo non possono essere tutti congruenti fra loro. V F

d) In un triangolo equilatero ciascun angolo esterno è doppio di ciascun angolo interno ad esso adiacente. V F

e) La somma degli angoli interni e degli angoli esterni di un triangolo è uguale a tre angoli piatti. V F

57 Un triangolo ABC ha l'angolo $\widehat{A}$ di 52°30′40″. Calcolate l'ampiezza dell'angolo $\widehat{B}$, in modo che il triangolo risulti rettangolo in C.

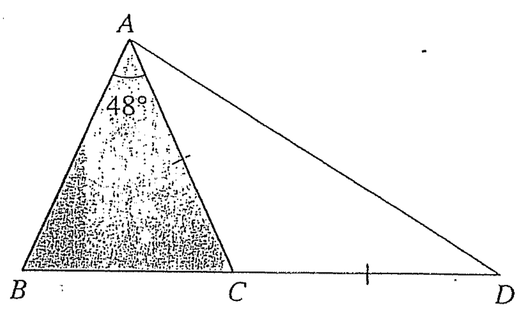
58 L'angolo esterno di un triangolo rettangolo, adiacente all'angolo retto, può essere ottuso? Può essere acuto? Perché?

59 In un triangolo rettangolo l'angolo esterno adiacente ad un angolo acuto può essere acuto? Perché?

60 In un triangolo isoscele l'angolo esterno al vertice misura 103°25′32″. Calcolate l'ampiezza di ciascuno dei tre angoli del triangolo. [76°34′28″; 51°42′46″; 51°42′46″]

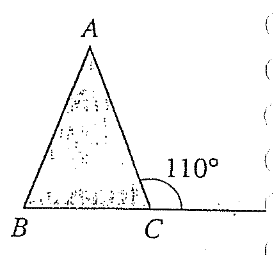
61 Dato un triangolo isoscele con l'angolo al vertice di 52°, calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli dei triangoli che si ottengono tracciando l'altezza relativa ad uno dei lati congruenti. [26°; 64°; 90° e 52°; 38°; 90°]

62 Nel triangolo isoscele ABC l'angolo al vertice $\widehat{A}$ è di 48°. Prolungate la base BC del segmento CD congruente al lato AC. Congiungete A con D e calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del triangolo ABD. [66°; 81°; 33°]



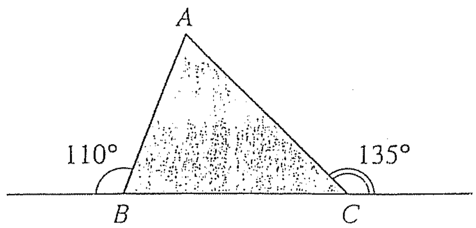
63 In un triangolo isoscele ciascuno degli angoli alla base supera di 30° l'angolo al vertice. Calcolate l'ampiezza degli angoli di ciascuno dei triangoli che si ottengono tracciando la bisettrice di uno degli angoli congruenti. [35°; 40°; 105° e 35°; 75°; 70°]

64 In un triangolo isoscele ABC un angolo esterno adiacente alla base misura 110°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del triangolo. [70°; 70°; 40°]



65 Due angoli esterni di un triangolo misurano rispettivamente 123° 41′ 30″ e 115° 12′ 40″. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli interni del triangolo.
[56° 18′ 30″; 64° 47′ 20″; 58° 54′ 10″]

66 In un triangolo *ABC* due angoli esterni relativi allo stesso lato misurano rispettivamente 110° e 135°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del triangolo.
[70°; 45°; 65°]



TEORIA da pag. 58 a pag. 73

5 Somma degli angoli interni e somma degli angoli esterni di un poligono

67 Completate la seguente tabella indicando quanto vale la somma degli angoli interni di ciascun poligono:

Tipo di poligono	*Numero dei lati*	*Somma degli angoli interni*
quadrilatero		
pentagono		
esagono		
ettagono		
ottagono		
ennagono		

68 Calcolate quanto misura la somma degli angoli interni di un poligono di:
a) 11 lati [1.620°]
b) 13 lati [1.980°]
c) 17 lati [2.700°]
d) 23 lati [3.780°]

69 Spiegate perché la somma degli angoli esterni di un poligono qualsiasi misura 360°.

70 Spiegate perché la somma S_t degli angoli interni (S_i) e degli angoli esterni (S_e) di un poligono qualsiasi di n lati vale $n \times 180°$.

71 Completate le seguenti affermazioni:
La somma degli angoli interni e degli angoli esterni di un:

a) quadrilatero è di ..... angoli piatti e misura ....

b) pentagono è di ..... angoli piatti e misura ....

c) esagono è di ..... angoli piatti e misura ....

d) ottagono è di ..... angoli piatti e misura ....

Scrivete la somma richiesta e la sua misura per un poligono avente n lati.

72 Qual è l'ampiezza della somma degli angoli interni e della somma degli angoli esterni di un poligono di 25 lati?
[4.500°]

73 Calcolate la differenza fra la somma degli angoli interni e la somma degli angoli esterni di un pentadecagono. [1.980°]

74 Calcolate la misura di ciascuno degli angoli esterni dei seguenti poligoni:

a) pentagono regolare   esagono regolare   ennagono regolare

b) ettagono regolare   ottagono regolare   decagono regolare

75 Qual è l'ampiezza della somma degli angoli interni di un poligono di 19 lati? [3.060°]

76 Qual è l'ampiezza della somma degli angoli interni e degli angoli esterni di un poligono di 23 lati? [4.140°]

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

77 Qual è il poligono in cui la somma degli angoli interni è congruente a quella degli angoli esterni? [Il quadrilatero]

(*Infatti, poiché la somma degli angoli esterni di qualsiasi poligono è due angoli piatti, risulta che l'unico poligono avente la somma degli angoli interni* ...).

78 La misura della somma degli angoli interni di un poligono con n lati è data dalla formula $S=(n-2)\times 180°$. Ricavate la formula inversa che esprime n in funzione di S e calcolate quanti lati ha un poligono se la somma dei suoi angoli interni è:

a) 900° [7]

b) 1.260° [9]

c) 2.340° [15]

d) 3.420° [21]

79 La somma degli angoli interni di un poligono è 720°. Quanti lati ha il poligono? [6]

80 La somma degli angoli interni di un poligono è 2.700°. Quanti lati ha il poligono? [17]

81 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) La somma degli angoli interni di un esagono è doppia della somma degli angoli esterni. V F

b) La somma degli angoli interni di un poligono di 14 lati misura 1.980°. V F

c) La somma degli angoli interni e degli angoli esterni di un decagono misura 1.440°. V F

d) La somma degli angoli interni di un ottagono è tripla della somma degli angoli esterni. V F

e) L'ampiezza della somma degli angoli esterni di un poligono dipende dal numero dei lati. V F

82 Due angoli di un triangolo misurano rispettivamente 38°40′ 30″ e 43° 31′ 13″. Calcolate l'ampiezza del terzo angolo. [97° 48′ 17″]

83 Calcolate l'ampiezza di ciascuno dei tre angoli $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ di un triangolo, sapendo che $\widehat{A}=\frac{4}{5}\widehat{C}$ e $\widehat{B}=\frac{3}{5}\widehat{C}$. [60°; 45°; 75°]

84 In un triangolo un angolo interno è $\frac{3}{5}$ dell'angolo esterno ad esso adiacente ed è doppio di un altro angolo interno. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del triangolo. [33° 45′; 67° 30′; 78° 45′]

85 Un quadrilatero ha due angoli retti e gli altri due sono l'uno $\frac{3}{5}$ dell'altro. Calcolate l'ampiezza di ciascuno dei due angoli. [67° 30′; 112° 30′]

86 Tre angoli di un quadrilatero misurano rispettivamente 80° 5′ 4″, 106° 13′ 20″, 130° 10′ 8″. Calcolate l'ampiezza del quarto angolo. [43° 31′ 28″]

87 In un pentagono un angolo misura 74° ed un altro 86°; un terzo angolo è uguale a $\frac{5}{8}$ della somma dei primi due e gli ultimi due angoli sono congruenti fra loro. Calcolate l'ampiezza di ciascuno dei due angoli congruenti. [140°]

88 Tre angoli di un quadrilatero hanno la seguente ampiezza: 49°, 86°, 115°. Quale fra i seguenti angoli, rispettivamente di 135°, 110°, 98°, è il quarto angolo del quadrilatero?

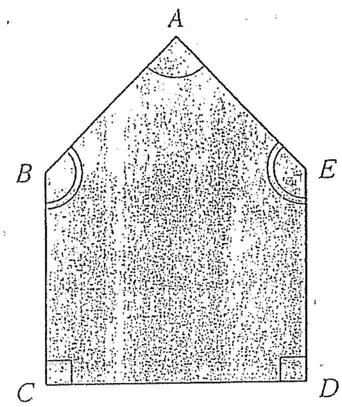
89 Quattro angoli di un pentagono hanno la seguente ampiezza: 86°, 94°, 120°, 125°. Quale fra i seguenti angoli, rispettivamente di 123°, 97°, 115°, 106°, è il quinto angolo del pentagono?

Teoria da pag. 58 a pag. 73

90 Un pentagono ha un angolo di 80° e gli altri quattro angoli sono tutti congruenti fra loro. Qual è l'ampiezza di ciascuno dei quattro angoli? [115°]

91 In un quadrilatero $ABCD$ l'angolo $\widehat{B}$ è doppio dell'angolo $\widehat{A}$, l'angolo $\widehat{C}$ è $\frac{15}{16}$ di $\widehat{A}$ e l'angolo $\widehat{D}$ è $\frac{27}{16}$ di $\widehat{A}$. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del quadrilatero. [64°; 128°; 60°; 108°]

92 Nel pentagono $ABCDE$ i due angoli $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$ sono retti, l'angolo $\widehat{A}$ misura 86° 35′ 26″. Calcolate l'ampiezza degli angoli $\widehat{B}$ ed $\widehat{E}$, sapendo che sono congruenti fra loro. È possibile costruire un pentagono avente tutti gli angoli acuti? Spiegate perché. [136° 42′ 17″; no]



93 Nel quadrilatero $ABCD$ gli angoli $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ sono rispettivamente doppio, triplo e quadruplo dell'angolo $\widehat{A}$. Calcolate l'ampiezza degli angoli del quadrilatero. [36°; 72°; 108°; 144°]

94 Nel pentagono $ABCDE$ gli angoli $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ sono congruenti fra loro e precisamente congruenti al doppio dell'angolo $\widehat{A}$; l'angolo $\widehat{E}$ è triplo dell'angolo $\widehat{A}$. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del pentagono. [54°; 108°; 108°; 108°; 162°]

95 Uno degli angoli esterni di un triangolo ha l'ampiezza di 42°. Il triangolo è acutangolo od ottusangolo? [Ottusangolo]

96 Due angoli di un triangolo misurano rispettivamente 52° e 34°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno dei tre angoli esterni. [86°; 146°; 128°]

97 Due angoli esterni di un triangolo misurano rispettivamente 52° e 146°. Qual è l'ampiezza del terzo angolo esterno? Qual è l'ampiezza di ciascuno degli angoli interni del triangolo? [162°; 128°; 34°; 18°]

98 Un angolo esterno di un triangolo misura 132° 25′ ed un angolo interno ad esso non adiacente misura 46° 25′. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli esterni. [133° 35′; 94°]

99 Calcolate l'ampiezza di ciascun angolo interno di un triangolo, sapendo che due angoli esterni misurano rispettivamente 60° 12′ e 148° 25′ 28″. [119° 48′; 28° 37′ 28″; 31° 34′ 32″]

100 Calcolate l'ampiezza di ciascun angolo esterno di un triangolo rettangolo, sapendo che un suo angolo acuto misura 41°. [90°; 131°; 139°]

101 In un triangolo rettangolo l'angolo esterno adiacente ad un angolo acuto misura 115° 30′. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli acuti del triangolo. [64° 30′; 25° 30′]

102 In un triangolo isoscele uno degli angoli esterni adiacenti ad un angolo alla base misura 138°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli interni del triangolo. [42°; 42°; 96°]

103 In un triangolo isoscele ciascuno degli angoli alla base è doppio dell'angolo al vertice. Calcolate l'ampiezza dell'angolo esterno adiacente all'angolo al vertice del triangolo. [144°]

104 La differenza fra gli angoli acuti di un triangolo rettangolo misura 25°. Calcolate l'ampiezza dell'angolo esterno adiacente all'angolo acuto maggiore. [122° 30′]

105 L'angolo esterno adiacente all'angolo al vertice di un triangolo isoscele misura 124° 42′. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli interni del triangolo. [55° 18′; 62° 21′; 62° 21′]

106 In un triangolo isoscele avente l'angolo al vertice di 38°, quanto misura ciascun angolo esterno? [142°; 109°; 109°]

Teoria da pag. 58 a pag. 73

107 In un triangolo $\widehat{ABC}$ l'angolo $\widehat{B}$ misura 43° e l'angolo esterno adiacente all'angolo $\widehat{C}$ misura 108°. Calcolate l'ampiezza degli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$. [65°; 72°]

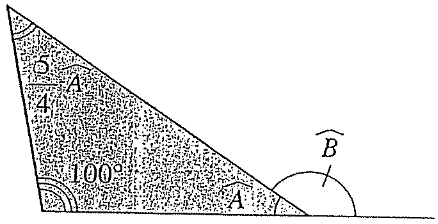
5

108 La somma di due angoli esterni di un triangolo misura 245°. Quanto misura il terzo angolo esterno? [115°]

109 Due angoli esterni di un triangolo misurano rispettivamente 100° e 125°. Calcolate l'ampiezza del terzo angolo esterno e l'ampiezza di ciascun angolo interno del triangolo. [135°; 80°; 55°; 45°]

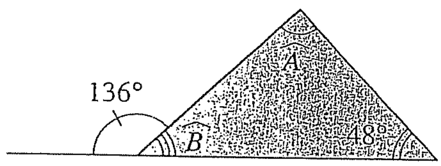
Ricopiate i seguenti triangoli e calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli indicati sotto ciascun disegno.

110



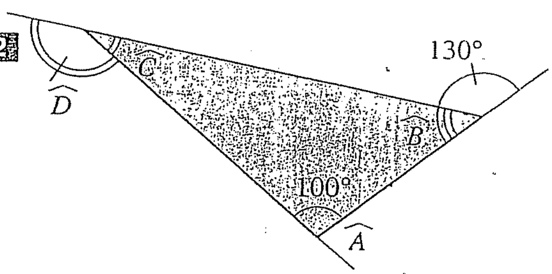
$\widehat{A} = \ldots$ $\frac{5}{4}\widehat{A} = \ldots$ $\widehat{B} = \ldots$

111



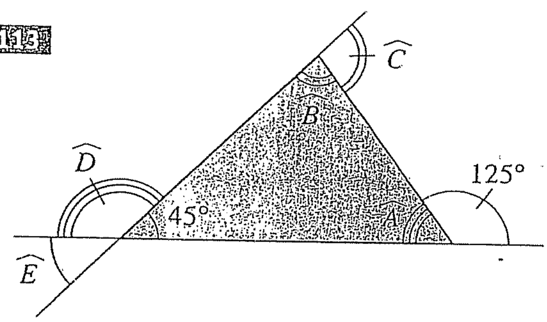
$\widehat{A} = \ldots$ $\widehat{B} = \ldots$

112



$\widehat{A} = \ldots$ $\widehat{B} = \ldots$ $\widehat{C} = \ldots$ $\widehat{D} = \ldots$

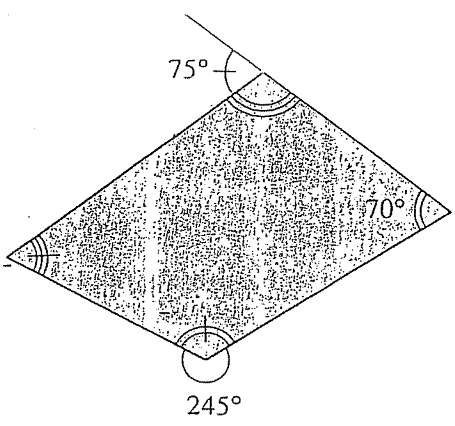
113



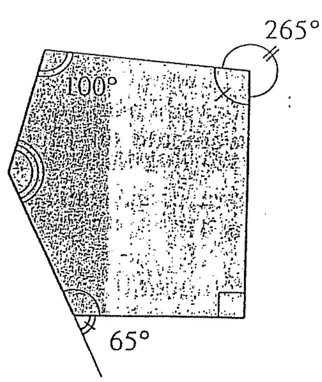
$\widehat{A} = \ldots$ $\widehat{B} = \ldots$ $\widehat{C} = \ldots$ $\widehat{D} = \ldots$ $\widehat{E} = \ldots$

Ricopiate i seguenti poligoni e calcolate l'ampiezza degli angoli segnati scrivendola direttamente sul disegno.

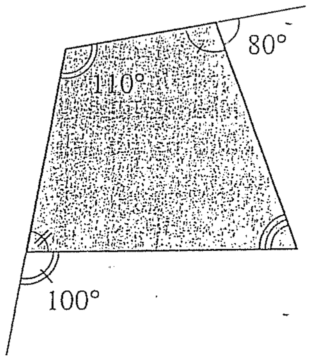
114



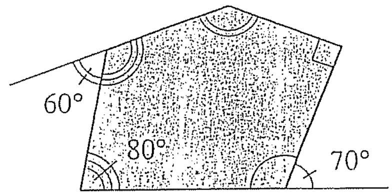
115



116



117



Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

Quadrilateri

118 Disegnate un quadrilatero *LMNP* ed indicate:
due lati opposti; due angoli opposti; due vertici opposti.

119 Disegnate un quadrilatero *PQRS* e indicate:
due lati consecutivi; due angoli consecutivi; due vertici consecutivi.

120 Applicate ad un quadrilatero la formula che consente di determinare il numero delle diagonali di un poligono.

121 Se due angoli di un quadrilatero sono supplementari, sono supplementari anche gli altri due? Un quadrilatero può avere quattro angoli ottusi? Può avere quattro angoli acuti?

122 Scrivete la misura di quattro segmenti con i quali sia possibile costruire un quadrilatero.

123 È possibile che in un quadrilatero due angoli siano supplementari e gli altri due complementari? Perché?

124 Scrivete la misura di quattro segmenti con i quali non sia possibile costruire un quadrilatero.

125 Tre lati di un quadrilatero hanno le seguenti lunghezze: 36 dm, 45 dm, 51 dm. Quale fra i seguenti segmenti, lunghi rispettivamente 140 dm, 132 dm, 100 dm, può essere il quarto lato del quadrilatero?

126 È possibile costruire un quadrilatero con quattro segmenti che misurano rispettivamente 12 cm, 15 cm, 17 cm, 60 cm? Perché?

127 Con quattro segmenti di lunghezza rispettiva, espressa in centimetri,

18, 22, 22, 70

non si può costruire un quadrilatero. Perché?
Sostituite ad una delle lunghezze una lunghezza opportuna, in modo che la costruzione del quadrilatero risulti possibile.

128 Il perimetro di un quadrilatero è di 80 cm. Può uno dei suoi lati avere la lunghezza di 45 cm? Perché?

129 Tre lati di un quadrilatero misurano rispettivamente 18 cm, 23 cm e 25 cm. Può il quadrilatero avere il perimetro di 134 cm? Perché?

130 Un quadrilatero ha il perimetro di 90 cm. Quale fra i seguenti segmenti, lunghi rispettivamente 50 cm, 45 cm, 42 cm, può essere un lato del quadrilatero?

131 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) In un quadrilatero i lati opposti sono paralleli. V F

b) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è doppia della somma degli angoli esterni. V F

c) Se un quadrilatero ha tre angoli retti, il quarto angolo è retto. V F

d) Se tre angoli di un quadrilatero sono ottusi, il quarto angolo è acuto. V F

e) In un quadrilatero un lato non può essere congruente alla somma degli altri tre. V F

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

Data l'ampiezza di tre angoli di un quadrilatero, calcolate l'ampiezza del quarto angolo:

132	27°	83°	146°	[104°]
133	92°	126°	84°	[58°]
134	136° 15′	102° 30′	20° 45′	[100° 30′]
135	75° 36′	100° 29′	58° 52′ 26″	[125° 2′ 34″]

Date le seguenti quaterne di angoli, riconoscete quali possono rappresentare gli angoli di un quadrilatero:

136	*a*)	88°	95°	70°	63°	SI NO
	b)	75°	119°	90°	76°	SI NO
	c)	97°	105°	99°	59°	SI NO
	d)	87°	113°	82°	78°	SI NO

137 Un quadrilatero ha due angoli che misurano rispettivamente 85° e 67°. Qual è l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli, sapendo che sono congruenti fra loro? [104°]

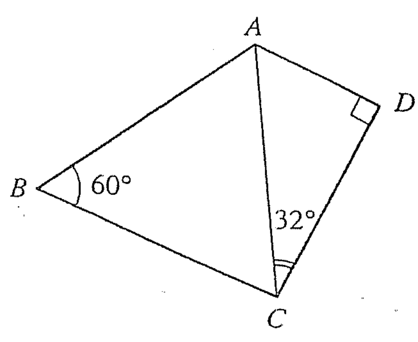
138. Un quadrilatero ha un angolo di 107° 32′ 27″. Qual è l'ampiezza di ciascuno degli altri tre angoli, sapendo che sono congruenti fra loro? [84° 9′ 11″]

139 In un quadrilatero tre angoli sono congruenti fra loro e ciascuno di essi è triplo del quarto angolo. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del quadrilatero. [36°; 108°; 108°; 108°]

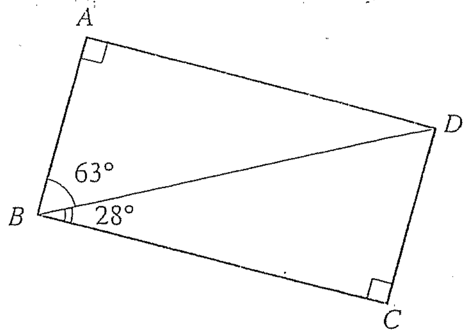
140 In un quadrilatero *ABCD* l'angolo $\widehat{A}$ è doppio di $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ è doppio di $\widehat{A}$, $\widehat{D}$ è quintuplo di $\widehat{B}$. Calcolate l'ampiezza di ciascun angolo del quadrilatero. [$\widehat{A}=60°$; $\widehat{B}=30°$; $\widehat{C}=120°$; $\widehat{D}=150°$]

141 Il perimetro di un quadrilatero è di 216 cm e due lati misurano rispettivamente 84 cm e 56 cm. Calcolate la misura degli altri due lati, sapendo che uno di essi è $\frac{1}{3}$ dell'altro. [19 cm; 57 cm]

142 La diagonale *AC* del quadrilatero *ABCD* lo scompone in un triangolo *ADC* rettangolo in *D* ed in un triangolo equilatero *ABC*. L'angolo acuto $\widehat{ACD}$ del triangolo rettangolo *ACD* misura 32°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del quadrilatero *ABCD*. [$\widehat{A}=118°$; $\widehat{B}=60°$; $\widehat{C}=92°$; $\widehat{D}=90°$]



143 Nel quadrilatero $ABCD$ gli angoli $\widehat{A}$ e $\widehat{C}$ sono retti e la diagonale BD divide l'angolo $\widehat{B}$ in due angoli che misurano rispettivamente 63° e 28°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli in cui l'angolo $\widehat{D}$ risulta diviso dalla diagonale. [27°; 62°]



teoria da pag. 58 a pag. 73

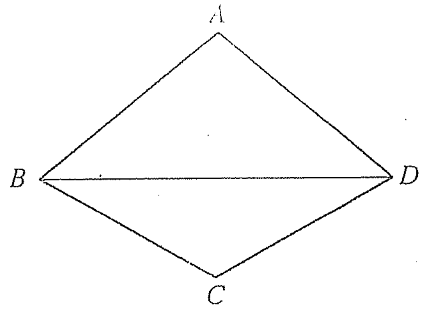
5

144 Il quadrilatero $ABCD$ è costituito da due triangoli ABD e BCD, entrambi isosceli sulla base BD, che è una diagonale del quadrilatero. Del quadrilatero si hanno i seguenti dati:

$AB = 12$ cm $\quad BC = 8$ cm

$\widehat{A} = 100°$ $\quad \widehat{C} = 120°$

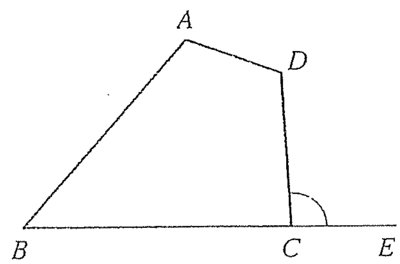
Calcolate il perimetro del quadrilatero e l'ampiezza di ciascuno degli angoli congruenti $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$.
[$p = 40$ cm; $\widehat{B} = \widehat{D} = 70°$]



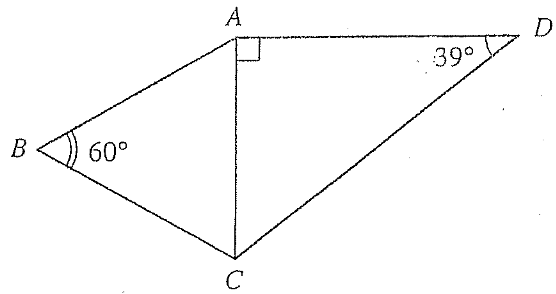
145 Del quadrilatero $ABCD$ si hanno i seguenti dati:

$\widehat{DCE} = 94°$ $\quad \widehat{A} + \widehat{B} = 160°$ $\quad \widehat{A} - \widehat{B} = 60°$

Calcolate l'ampiezza di ciascun angolo del quadrilatero. [$\widehat{A} = 110°$; $\widehat{B} = 50°$; $\widehat{C} = 86°$; $\widehat{D} = 114°$]



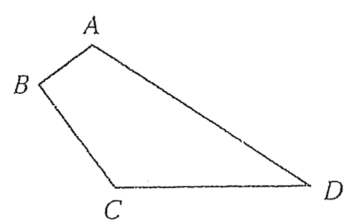
146 La diagonale AC del quadrilatero $ABCD$ lo scompone in due triangoli: uno, ACD, rettangolo in $\widehat{A}$ ed uno equilatero ABC. L'angolo acuto $\widehat{D}$ del triangolo rettangolo misura 39°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del quadrilatero.
[$\widehat{A} = 150°$; $\widehat{B} = 60°$; $\widehat{C} = 111°$; $\widehat{D} = 39°$]



147 Del quadrilatero $ABCD$ si hanno i seguenti dati:

$BC = 2AB \quad CD = 3AB \quad DA = 4AB \quad p = 120$ cm

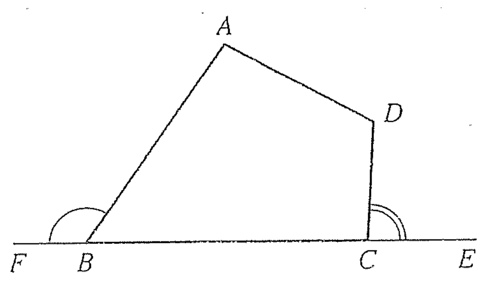
Calcolate la misura di ciascun lato del quadrilatero.
[$AB = 12$ cm; $BC = 24$ cm; $CD = 36$ cm; $DA = 48$ cm]



148 Del quadrilatero $ABCD$ si hanno i seguenti dati:

$\widehat{DCE} = 88°$ $\quad \widehat{FBA} = 124°$ $\quad \widehat{A} = \dfrac{12}{7}\widehat{B}$

Calcolate l'ampiezza di ciascun angolo del quadrilatero. [$\widehat{A} = 96°$; $\widehat{B} = 56°$; $\widehat{C} = 92°$; $\widehat{D} = 116°$]



Trapezi

149 Spiegate che cosa si intende per trapezio.

150 Disegnate un trapezio in cui i due angoli adiacenti ad una base siano l'uno acuto e l'altro ottuso.

151 Disegnate un trapezio isoscele e spiegate quali sono le sue proprietà.

Teoria ➡ da pag. 58 a pag. 73

152 Disegnate un trapezio rettangolo e spiegate quali sono le sue proprietà.

153 Disegnate un trapezio rettangolo avente le basi rispettivamente di 9 cm e di 6 cm e l'altezza di 5 cm.

154 Disegnate un trapezio isoscele avente le basi rispettivamente di 8 cm e di 2 cm e l'altezza di 4 cm. Verificate che ciascun lato obliquo misura 5 cm.

155 Riscrivete le seguenti affermazioni e completatele:

Se in un trapezio le diagonali sono congruenti, si tratta di un trapezio ....

Se in un trapezio un lato obliquo è congruente all'altezza, si tratta di un trapezio ....

Se in un trapezio gli angoli adiacenti a una base sono congruenti, si tratta di un trapezio ....

156 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) L'altezza di un trapezio è la distanza fra le due basi. V F

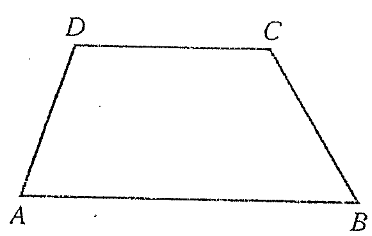
b) I lati opposti di un trapezio sono congruenti. V F

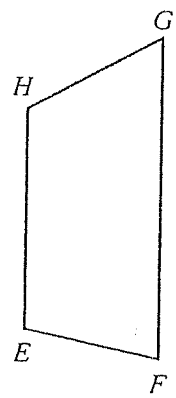
c) In un trapezio rettangolo le diagonali sono congruenti. V F

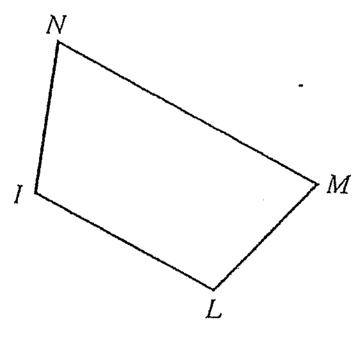
d) Un trapezio può avere tutti gli angoli acuti. V F

e) Un trapezio rettangolo ha due angoli retti, uno ottuso ed uno acuto. V F

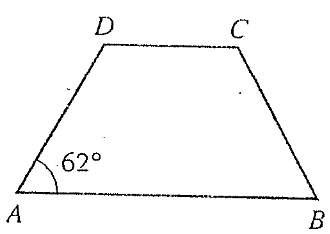
157 Ricopiate i seguenti trapezi ed in ciascuno di essi segnate le coppie di angoli supplementari:

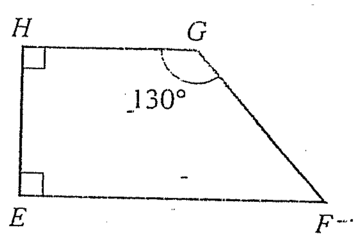


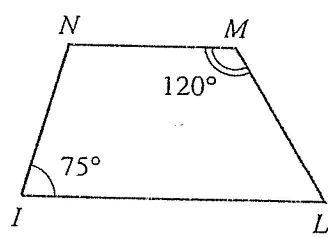




158 Ricopiate i seguenti trapezi ed indicate in ciascuno di essi le ampiezze mancanti degli angoli:







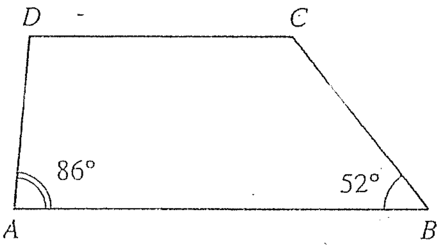
159 Disegnate un triangolo scaleno e conducete una parallela ad un lato che intersechi gli altri due lati. In quali figure risulta scomposto il triangolo scaleno?

160 Disegnate un triangolo rettangolo e conducete una parallela all'ipotenusa che intersechi i due cateti. In quali figure risulta scomposto il triangolo rettangolo?

161 Disegnate un triangolo isoscele e conducete una parallela alla base che intersechi gli altri due lati. In quali figure risulta scomposto il triangolo isoscele?

162 Disegnate un triangolo rettangolo e conducete una parallela ad un cateto che intersechi gli altri due lati. In quali figure risulta scomposto il triangolo rettangolo?

163 In un trapezio gli angoli adiacenti alla base maggiore misurano rispettivamente 86° e 52°. Qual è l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli? [94°; 128°]
(*Basta osservare che gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo sono supplementari, perché coniugati interni rispetto alle rette parallele delle basi intersecate dalla retta passante per il lato obliquo*).



teoria da pag. 58 a pag. 73

5

164 In un trapezio isoscele, avente il perimetro di 155 cm, ciascun lato obliquo è congruente alla base minore e la base maggiore supera di 15 cm la base minore. Calcolate la lunghezza di ciascun lato obliquo. [35 cm]

165 Gli angoli adiacenti alla base maggiore di un trapezio isoscele misurano ciascuno 56°27'32". Qual è l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli? [123° 32' 28"]
(*Basta tener presente l'avvertenza dell'esercizio n. 163*).

166 Gli angoli adiacenti alla base minore di un trapezio misurano rispettivamente 114° 31' 23" e 102° 23' 14". Qual è l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli? [65° 28' 37"; 77° 36' 46"]
(*Basta tener presente l'avvertenza dell'esercizio n. 163*).

167 Calcolate la misura delle basi di un trapezio isoscele, sapendo che il suo perimetro è di 96 dm, ciascun lato obliquo misura 24 dm e la base maggiore supera la minore di 6 dm. [21 dm; 27 dm]

168 In un trapezio rettangolo uno degli angoli non retti misura 65° 36' 42". Calcolate l'ampiezza dell'altro angolo non retto. [114° 23' 18"]

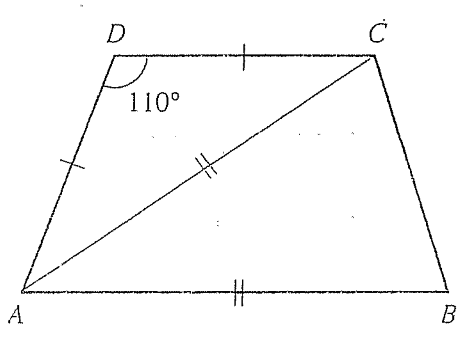
169 In un trapezio isoscele uno degli angoli adiacenti alla base minore misura 108°. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli altri angoli del trapezio. [108°; 72°; 72°]

170 In un trapezio rettangolo l'angolo ottuso supera di 30° l'angolo acuto. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli del trapezio. [75°; 105°; 90°; 90°]

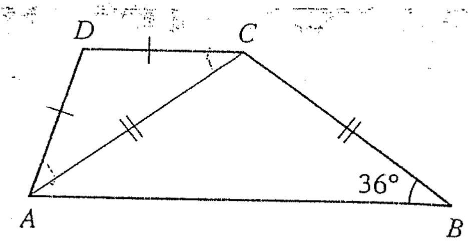
171 Il perimetro di un trapezio isoscele è di 146 cm e le basi sono rispettivamente di 26 cm e 54 cm. Calcolate la misura di ciascun lato obliquo. [33 cm]

172 Calcolate il perimetro di un trapezio isoscele, sapendo che ciascun lato obliquo misura 18 cm, che la base minore è $\frac{3}{4}$ del lato obliquo e che la base maggiore è $\frac{7}{5}$ della base minore. [68,4 cm]

173 La diagonale AC di un trapezio $ABCD$ scompone il trapezio stesso in due triangoli isosceli.
Sapendo che $\widehat{D} = 110°$, calcolate l'ampiezza degli altri angoli del trapezio. [$\widehat{A} = 70°$; $\widehat{B} = 72° 30'$; $\widehat{C} = 107° 30'$]



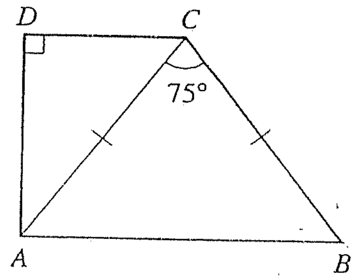
174 La diagonale AC di un trapezio $ABCD$ scompone il trapezio stesso in due triangoli isosceli.
Sapendo che $\widehat{B} = 36°$, calcolate l'ampiezza di ciascuno degli altri angoli del trapezio. [$\widehat{A} = 72°$; $\widehat{C} = 144°$; $\widehat{D} = 108°$]



175 Un trapezio rettangolo $ABCD$ è scomposto dalla diagonale minore AC in un triangolo isoscele ACB di base AB ed in un triangolo rettangolo ADC. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli non retti del trapezio, sapendo che l'angolo $\widehat{ACB}$ misura 75°. [$\widehat{B} = 52° 30'$; $\widehat{C} = 127° 30'$]

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5



176 In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è $\frac{5}{7}$ dell'angolo ottuso. Calcolate l'ampiezza dei due angoli. [75°; 105°]

177 In un trapezio isoscele ciascun angolo acuto è $\frac{1}{4}$ di ciascun angolo ottuso. Calcolate l'ampiezza di tali angoli. [36°; 144°]

178 In un trapezio isoscele la base maggiore è doppia della minore e ciascun lato obliquo è $\frac{8}{7}$ della base minore. Calcolate la misura dei lati del trapezio, sapendo che il perimetro è di 74 m. [14 m; 28 m; 16 m; 16 m]

179 Il perimetro di un trapezio isoscele è di 92 dm e ciascun lato obliquo misura 16 dm. Calcolate la misura delle basi, sapendo che la maggiore è tripla della minore. [15 dm; 45 dm]

180 Il perimetro di un trapezio isoscele è di 68,7 m e ciascun lato obliquo misura 12,6 m. Calcolate la misura delle basi, sapendo che la maggiore è $\frac{3}{2}$ della minore. [17,4 m; 26,1 m]

Parallelogrammi

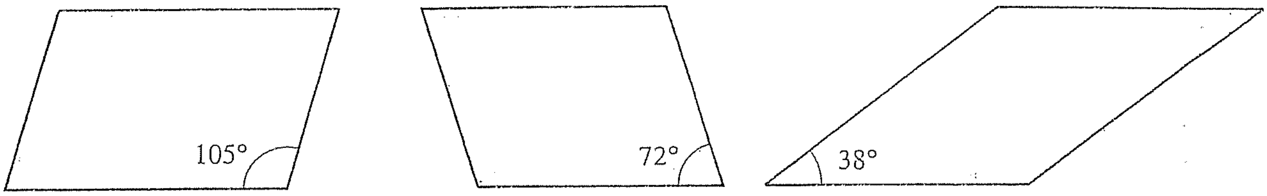
181 Disegnate un parallelogrammo $ABCD$ ed indicate, quindi:
a) i lati opposti
b) gli angoli opposti
c) i vertici opposti

182 Disegnate alcuni parallelogrammi aventi due lati consecutivi lunghi rispettivamente 4 cm e 3 cm.

183 Disegnate un parallelogrammo $ABCD$ e tracciate le altezze relative a due lati consecutivi.

184 Completate le seguenti affermazioni:
In un parallelogrammo:
a) i lati opposti sono ....
b) gli angoli opposti sono ....
c) le diagonali si dimezzano ....
d) gli angoli adiacenti a ciascun lato sono ....

185 Ricopiate i seguenti parallelogrammi e in ciascuno di essi indicate le ampiezze mancanti degli angoli:



186 Rispondete alle seguenti domande:

a) Se un quadrilatero ha due lati opposti paralleli è un parallelogrammo? SI NO

b) Se un quadrilatero ha due lati opposti congruenti è un parallelogrammo? SI NO

c) Se un quadrilatero ha due lati opposti paralleli e congruenti è un parallelogrammo? SI NO

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

187 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) In un parallelogrammo le diagonali sono congruenti. V F

b) In un parallelogrammo gli angoli opposti sono supplementari. V F

c) Ogni diagonale divide un parallelogrammo in due triangoli congruenti. V F

d) In un parallelogrammo due angoli consecutivi sono supplementari. V F

188 Calcolate la misura di due lati consecutivi di un parallelogrammo, sapendo che il perimetro è di 32 cm e che un lato è triplo dell'altro. [12 cm; 4 cm]
(*Osservate che il semiperimetro è congruente alla somma di due lati consecutivi*).

189 Calcolate la misura di due lati consecutivi di un parallelogrammo, sapendo che il perimetro è di 54 dm e che un lato supera l'altro di 3 dm. [15 dm; 12 dm]
(*Tenete presente l'osservazione al precedente esercizio*).

190 Calcolate la misura di due lati consecutivi di un parallelogrammo, sapendo che il perimetro è di 40 m e che un lato è $\frac{2}{3}$ dell'altro. [12 m; 8 m]
(*Tenete presente l'osservazione all'esercizio n. 188*).

191 Il perimetro di un parallelogrammo è di 90 cm. Calcolate la lunghezza di ciascuno dei suoi lati, sapendo che le misure di due lati consecutivi sono espresse (in cm) da numeri naturali consecutivi. [22 cm; 23 cm; 22 cm; 23 cm]

192 In un parallelogrammo due angoli consecutivi sono l'uno il triplo dell'altro. Calcolate la loro ampiezza. [45°; 135°]

193 Gli angoli acuti di un parallelogrammo misurano ciascuno 38° 29′ 16″. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli ottusi del parallelogrammo. [141° 30′ 44″]

194 In un parallelogrammo due angoli consecutivi sono l'uno $\frac{5}{3}$ dell'altro. Calcolate la loro ampiezza. [112° 30′; 67° 30′]

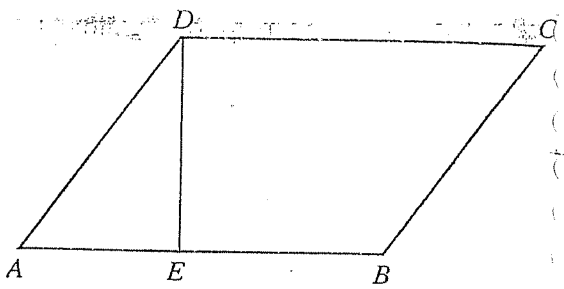
195 Un angolo esterno adiacente ad un angolo di un parallelogrammo misura 109° 29′ 36″. Calcolate l'ampiezza di due angoli interni consecutivi del parallelogrammo. [70° 30′ 24″; 109° 29′ 36″]

196 In un parallelogrammo un'altezza forma con uno dei lati un angolo di 29° 32′ 24″. Calcolate l'ampiezza di due angoli interni consecutivi del parallelogrammo. [60° 27′ 36″; 119° 32′ 24″]

197 Una diagonale di un parallelogrammo è congruente ad uno dei lati e forma con esso un angolo di 36°. Calcolate l'ampiezza di due angoli consecutivi del parallelogrammo. [72°; 108°]

198 In un parallelogrammo un angolo esterno supera di 13° 25′ 16″ l'angolo interno ad esso adiacente. Calcolate l'ampiezza di due angoli consecutivi del parallelogrammo. [83° 17′ 22″; 96° 42′ 38″]

199 Uno degli angoli di un parallelogramma $ABCD$ è di $124°16'36''$. Se dal vertice di tale angolo conducete la perpendicolare al lato opposto, il parallelogrammo risulta diviso in un trapezio rettangolo ed in un triangolo rettangolo. Calcolate l'ampiezza degli angoli acuti del triangolo rettangolo.
[$34°16'36''$; $55°43'24''$]



Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

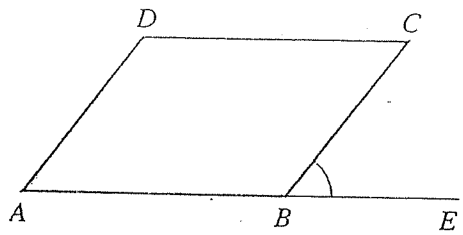
Ricopiate i seguenti parallelogrammi e, tenendo conto dei dati, calcolate il valore di ciascuna delle incognite indicate.

200 Dati:

$\widehat{CBE} = 54°$; $AB = 26$ cm; $BC = 20$ cm

Calcolate:

$\widehat{A} = ...$; $\widehat{B} = ...$; $\widehat{C} = ...$; $\widehat{D} = ...$; $p = ...$

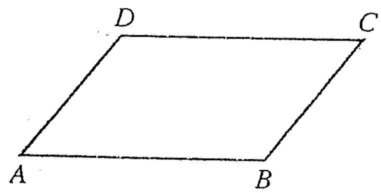


201 Dati:

$AB = \dfrac{3}{2}BC$; $p = 120$ cm; $\widehat{A} = \dfrac{3}{7}\,\widehat{B}$

Calcolate:

$AB = ...$; $BC = ...$; $CD = ...$; $DA = ...$
$\widehat{A} = ...$; $\widehat{B} = ...$; $\widehat{C} = ...$; $\widehat{D} = ...$

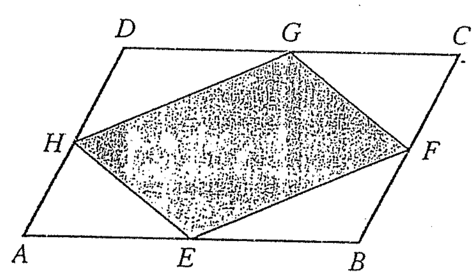


202 In un parallelogrammo un angolo esterno supera di $15°20'36''$ l'angolo interno ad esso adiacente. Calcolate l'ampiezza di ciascuno di tali angoli. [$82°19'42''$; $97°40'18''$]

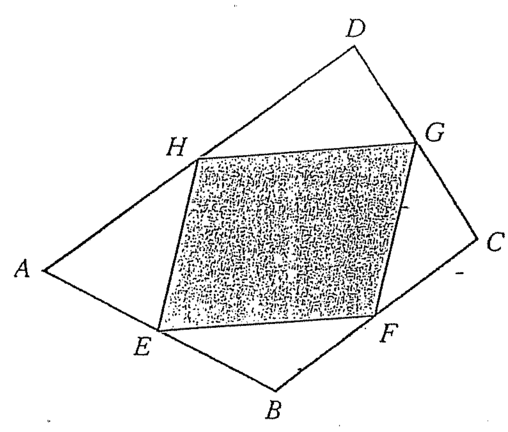
203 In un parallelogrammo $ABCD$ la base AB è congruente alla diagonale minore BD e forma con questa un angolo di 68°. Calcolate l'ampiezza di ciascun angolo del parallelogrammo.
[56°; 124°; 56°; 124°]

204 Quanti parallelogrammi distinti, aventi il perimetro di 18 cm, potete costruire supponendo che i lati consecutivi siano esclusivamente espressi, in cm, da numeri naturali? [4]
(*La somma di due lati consecutivi è congruente al semiperimetro; quindi* $1 + 8 = 9$, ...).

205 Dopo aver disegnato il parallelogrammo $ABCD$, determinate i punti medi E, F, G, H dei suoi lati e verificate che il quadrilatero $EFGH$ è un parallelogrammo.



206 La proprietà verificata nell'esercizio precedente è valida per un quadrilatero qualsiasi $ABCD$. I punti medi E, F, G, H dei suoi lati sono infatti vertici del parallelogrammo $EFGH$. Verificate tale proprietà.



Rettangolo

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

207 Spiegate che cosa si intende per rettangolo.

208 Disegnate un rettangolo avente la base di 8 cm e l'altezza di 6 cm e verificate che le sue diagonali sono congruenti.

209 Disegnate almeno tre rettangoli che hanno il perimetro di 16 cm e la base di 5 cm.

210 Completate la seguente tabella relativa ad un insieme di rettangoli aventi ciascuno il perimetro di 50 cm, essendo b la misura della base ed h quella dell'altezza, espresse in centimetri:

b		12		22		8,5		18		21
h	5		9		15		10,6		15,4	

211 Spiegate perché ogni diagonale di un rettangolo lo divide in due triangoli congruenti.

212 Perché ogni quadrilatero avente le diagonali congruenti è un rettangolo?

213 Come varia il perimetro di un rettangolo se ciascun lato si raddoppia e come varia se ciascun lato si dimezza? Fate qualche esempio. [Si raddoppia; si dimezza]

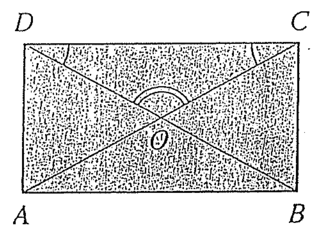
214 Varia il perimetro di un rettangolo, se una dimensione aumenta di un segmento e l'altra diminuisce dello stesso segmento? Giustificate la vostra risposta con qualche esempio.

215 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:
- *a*) Il rettangolo è un poligono equiangolo. V F
- *b*) Ogni quadrilatero avente due angoli retti è un rettangolo. V F
- *c*) I lati consecutivi di un rettangolo sono perpendicolari fra loro. V F
- *d*) L'insieme dei rettangoli è un sottoinsieme dell'insieme dei parallelogrammi. V F
- *e*) Il rettangolo è un poligono equilatero. V F

216 Una diagonale divide un rettangolo in due triangoli rettangoli aventi ciascuno un angolo acuto di $37° 10' 29''$. Qual è l'ampiezza dell'altro angolo acuto? [$52° 49' 31''$]

217 Un rettangolo ha il perimetro di 40 cm e la base è $\frac{3}{2}$ dell'altezza. Qual è la lunghezza di ciascuna dimensione? [12 cm; 8 cm]

218 Le diagonali di un rettangolo formano con la base due angoli aventi ciascuno l'ampiezza di $32° 18' 36''$. Qual è l'ampiezza dell'angolo ottuso formato dalle due diagonali? [$115° 22' 48''$]

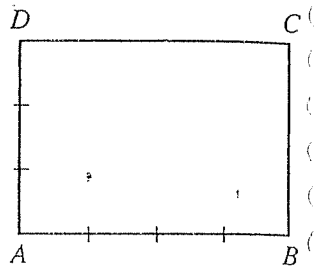


219 Le diagonali di un rettangolo lo scompongono in quattro triangoli a due a due congruenti. Sapendo che uno degli angoli formati dalle diagonali è di 102°, calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli dei triangoli così ottenuti. [102°; 39°; 39° e 78°; 51°; 51°]

220 Una diagonale di un rettangolo divide l'angolo retto in due angoli tali che uno di essi è $\frac{3}{5}$ dell'altro. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli formati dalle diagonali. [$112° 30'$; $67° 30'$]

221 Il perimetro di un rettangolo è di 136 dm e la base è tripla dell'altezza. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo. [51 dm; 17 dm]
(*Il semiperimetro è congruente alla somma delle due dimensioni*).

222 Il perimetro di un rettangolo è di 98 cm e la base è $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo. [28 cm; 21 cm]



Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

223 Il perimetro di un rettangolo è di 41,4 m ed una delle sue dimensioni è congruente al lato del triangolo equilatero avente il perimetro uguale al perimetro del rettangolo. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo. [13,8 m; 6,9 m]

224 Il perimetro di un rettangolo è di 74,4 cm e la base supera di 8 cm l'altezza. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo. [22,6 cm; 14,6 cm]

225 La differenza fra le dimensioni di un rettangolo misura 21 dm ed una di esse è $\frac{5}{8}$ dell'altra. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo. [35 dm; 56 dm]

226 Le dimensioni di un rettangolo hanno le misure espresse, in centimetri, da due numeri naturali consecutivi. Calcolate tali misure, sapendo che il perimetro del rettangolo è di 142 cm. [35 cm; 36 cm]

227 Il perimetro di un rettangolo è di 168 dm ed una dimensione è $\frac{4}{3}$ dell'altra. Calcolate la misura del perimetro del triangolo equilatero avente il lato congruente alla dimensione minore del rettangolo. [108 dm]

Rombo

228 Spiegate che cosa si intende per rombo e quali sono le sue proprietà.

229 Disegnate un rombo con il lato che misura 4 cm.

230 La diagonale maggiore di un rombo lo divide in due triangoli isosceli ottusangoli, che sono congruenti. Perché?

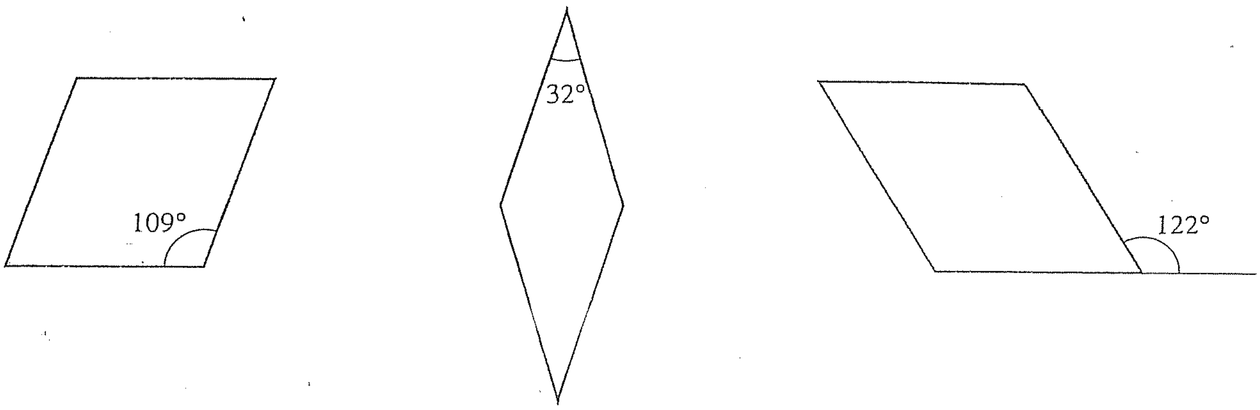
231 Disegnate il rombo le cui diagonali misurano 6 cm e 4 cm.

232 Le diagonali di un rombo lo scompongono in quattro triangoli rettangoli che sono congruenti fra loro. Perché?

233 Perché un rombo non può avere quattro angoli ottusi? Perché non può avere quattro angoli acuti?

234 Spiegate perché il rombo non è un poligono regolare.

235 Ricopiate i seguenti rombi e in ciascuno di essi indicate le ampiezze mancanti degli angoli.



Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

236 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Il rombo è un parallelogrammo equiangolo. V F

b) La diagonale minore divide il rombo in due triangoli acutangoli congruenti. V F

c) Le altezze di un rombo sono congruenti. V F

d) Un parallelogrammo avente i lati congruenti è un rombo. V F

e) Un quadrilatero avente le diagonali perpendicolari è un rombo. V F

237 Gli angoli acuti di un rombo misurano ciascuno 28° 34′ 26″. Qual è l'ampiezza di ciascun angolo ottuso? [151° 25′ 34″]

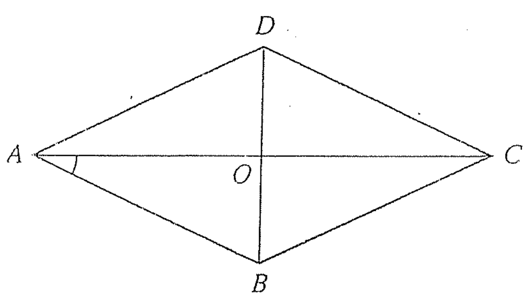
238 Gli angoli ottusi di un rombo misurano ciascuno 145° 32′ 41″. Qual è l'ampiezza di ciascun angolo acuto? [34° 27′ 19″]

239 Il perimetro di un rombo è uguale al perimetro di un rettangolo avente le dimensioni rispettivamente di 24 cm e 18 cm. Calcolate la lunghezza del lato del rombo. [21 cm]

240 Un angolo ottuso di un rombo è $\frac{7}{5}$ di un angolo acuto. Calcolate l'ampiezza dei due angoli e l'ampiezza di un angolo che è $\frac{5}{6}$ dell'angolo maggiore. [75°; 105°; 87° 30′]

241 La diagonale minore di un rombo misura 16 cm e lo divide in due triangoli equilateri. Calcolate il perimetro del rombo e l'ampiezza dei suoi angoli. [64 cm; 60°; 120°; 60°; 120°]

242 Nel rombo *ABCD* l'angolo $O\widehat{A}B$ è di 25° 30′. Calcolate l'ampiezza degli angoli del rombo e l'ampiezza degli altri due angoli del triangolo *BOA*.
[$\widehat{A} = \widehat{C} = 51°$; $\widehat{B} = \widehat{D} = 129°$; $A\widehat{B}O = 64°30'$; $B\widehat{O}A = 90°$]



243 Un rettangolo ed un rombo hanno lo stesso perimetro. Il lato del rombo misura 28 dm e la base del rettangolo è $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Calcolate la misura della base e dell'altezza del rettangolo. [32 dm; 24 dm]

244 Una diagonale di un rombo forma con i lati angoli di 32°. Calcolate l'ampiezza degli angoli che l'altra diagonale forma con i lati. [58°]

Quadrato

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

245 Spiegate che cosa si intende per quadrato e quali sono le sue proprietà.

246 Disegnate un quadrato e tracciate una sua diagonale.

247 Spiegate perché il quadrato è un poligono regolare.

248 Disegnate un quadrato e tracciate le sue diagonali. Quali sono le proprietà delle diagonali di un quadrato?

249 Le diagonali di un quadrato sono bisettrici degli angoli? Giustificate la vostra risposta.

250 Raddoppiando, triplicando, quadruplicando, ... il lato di un quadrato anche il perimetro si raddoppia, si triplica, si quadruplica, ...? Procedete a qualche verifica.

251 Che cosa significa dire che l'insieme dei quadrati è l'intersezione dell'insieme dei rettangoli e dell'insieme dei rombi?

252 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) Il quadrato è un poligono equiangolo. V F

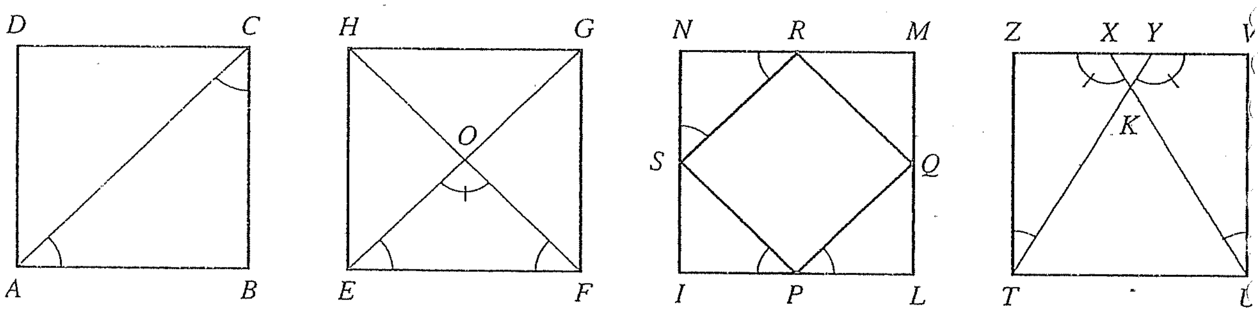
b) Un quadrilatero avente le diagonali perpendicolari e congruenti è un quadrato. V F

c) Ogni angolo di un quadrato è un angolo retto. V F

d) Le altezze di un quadrato relative ad ogni lato sono congruenti. V F

e) Ogni angolo esterno di un quadrato è congruente all'angolo interno ad esso adiacente. V F

253 Indicate nei seguenti quadrati l'ampiezza di ciascuno degli angoli segnati.



Diagonale AC — Diagonali EG FH — P, Q, R, S punti medi dei lati del quadrato — KTU è il triangolo equilatero

254 Completate la seguente tabella relativa alle misure del lato ed al perimetro (espresse in metri) di alcuni quadrati.

Lato	12,8		11,3		4,35		12,35	
Perimetro		64,8		50,32		497,2		0,928

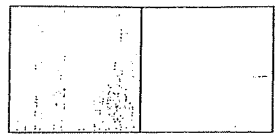
255 Un quadrato ha il lato congruente al lato di un triangolo equilatero avente il perimetro di 94,5 dm. Calcolate il perimetro del quadrato. [126 dm]

256 Il perimetro di un quadrato è uguale al perimetro di un rettangolo avente la base di 36 cm e l'altezza di 24 cm. Calcolate la misura del lato del quadrato. [30 cm]

257 Un quadrato ha il lato che è $\frac{3}{8}$ del lato di un triangolo equilatero avente il perimetro di 96 cm. Calcolate il perimetro del quadrato. [48 cm]

258 Il lato di un quadrato è uguale alla base di un rettangolo avente il perimetro di 64,8 cm. Sapendo che la base del rettangolo è doppia dell'altezza, calcolate il perimetro del quadrato. [86,4 cm]

259 Il rettangolo *ABCD* è costituito da due quadrati congruenti aventi ciascuno il perimetro di 48 cm. Calcolate il perimetro del rettangolo. [72 cm]

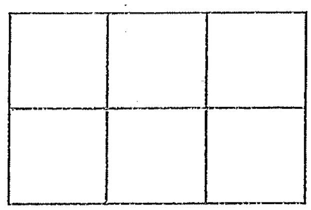


Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

260 Una dimensione di un rettangolo è $\frac{5}{6}$ del lato di un quadrato avente il perimetro di 96 cm. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo, sapendo che i due quadrilateri hanno lo stesso perimetro. [20 cm; 28 cm]

261 Un rettangolo si può scomporre in sei quadrati congruenti fra loro. Calcolate il perimetro del rettangolo, sapendo che ogni quadrato ha il perimetro di 120,8 cm. [302 cm]



262 Il perimetro di un quadrato è $\frac{3}{4}$ del perimetro di un rettangolo avente la base di 108 cm e l'altezza che è $\frac{7}{9}$ della base. Calcolate il perimetro del quadrato. [288 cm]

263 La differenza fra le diagonali di un rombo è di 70 cm e la diagonale maggiore è $\frac{7}{2}$ della minore. Calcolate il perimetro di un quadrato avente il lato congruente alla diagonale minore del rombo. [112 cm]

Esercizi di riepilogo sui poligoni

264 Disegnate una spezzata intrecciata aperta di 5 lati.

265 Disegnate una spezzata intrecciata chiusa di 6 lati.

266 Spiegate perché una spezzata semplice aperta, i cui lati misurano rispettivamente 12 cm, 14 cm e 26 cm non si può chiudere.

267 Disegnate un poligono concavo di 4 lati.

268 Quali sono i poligoni regolari rispettivamente di 3 lati e di 4 lati?

269 Quante sono le diagonali uscenti da un vertice di un dodecagono?

270 Quante diagonali escono da un vertice di un poligono di 19 lati?

271 Un triangolo equilatero, avente il lato di 13 cm, ed un triangolo isoscele hanno lo stesso perimetro. Calcolate la misura degli altri due lati del triangolo isoscele, sapendo che la base del triangolo isoscele misura 11 cm. [14 cm]

Teoria ➡ da pag. 58 a pag. 73

5

272 Calcolate l'ampiezza di un angolo di un triangolo, conoscendo le ampiezze degli altri due angoli:

a)	71° 8′	39° 44′	[69° 8′]
b)	23° 3′ 50″	57° 50′ 18″	[99° 5′ 52″]
c)	36° 28′ 42″	56° 20′ 19″	[87° 10′ 59″]

273 Calcolate la somma degli angoli interni di un poligono di 40 lati. [6.840°]

274 Se dal vertice di un poligono si possono tracciare 2 diagonali, quanti lati ha il poligono? [5]

275 Verificate se esiste un quadrilatero i cui lati hanno le seguenti lunghezze espresse in centimetri:

a)	7	8	9	12	SI NO
b)	15	16	20	54	SI NO
c)	12	15	16	43	SI NO
d)	23	27	30	34	SI NO

276 Verificate se esiste un quadrilatero i cui angoli hanno le seguenti ampiezze:

a)	84°	95°	74°	107°	SI NO
b)	72°	98°	100°	107°	SI NO
c)	80°	99°	102°	79°	SI NO
d)	79°	88°	99°	120°	SI NO

277 Data l'ampiezza di tre angoli di un quadrilatero, calcolate l'ampiezza del quarto angolo:

a)	81°	97°	76°	[106°]
b)	93° 45′	81° 30′	102° 15′	[82° 30′]
c)	71° 10′ 40″	88° 22′ 26″	80° 12′ 30″	[120° 14′ 24″]

278 La somma degli angoli interni di un poligono è di 9.540°. Calcolate il numero dei lati. [55]

279 Quanto misura ciascun angolo esterno di un poligono regolare di 16 lati? [22° 30′]

280 Quanto misura ciascun angolo esterno di un poligono regolare di 25 lati? [14° 24′]

281 Indicate se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa:

a) È sempre possibile costruire un quadrilatero avente per lati quattro segmenti assegnati. V F

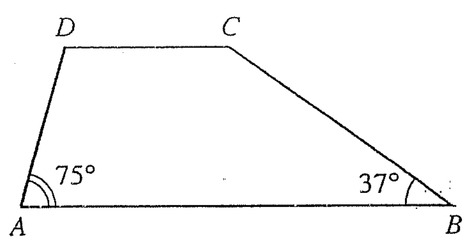
b) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è uguale ad un angolo giro. V F

c) Se due angoli di un quadrilatero sono supplementari, lo sono anche gli altri due. V F

d) Se un quadrilatero ha tre angoli retti, il quarto angolo è retto. V F

e) Un quadrilatero può avere quattro angoli ottusi. V F

282 In un trapezio *ABCD* gli angoli adiacenti alla base maggiore misurano rispettivamente 75° e 37°. Qual è l'ampiezza di ciascuno degli altri due angoli? [105°; 143°]



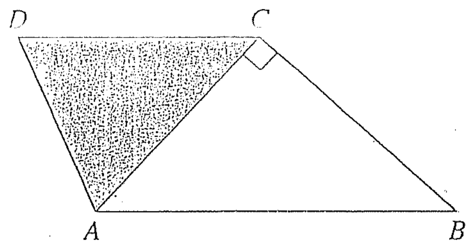
283 In un quadrilatero *ABCD* l'angolo $\widehat{A}$ è di 120°, l'angolo $\widehat{B}$ di 80° e l'angolo $\widehat{C}$ è $\frac{17}{15}$ dell'angolo $\widehat{D}$. Calcolate l'ampiezza di ciascuno degli angoli $\widehat{C}$ e $\widehat{D}$. [$\widehat{C} = 85°$; $\widehat{D} = 75°$]

Calcolate il perimetro di un quadrato il cui lato è $\frac{5}{9}$ della base di un rettangolo avente il perimetro di 120 cm e l'altezza di 24 cm. [80 cm]

Un rettangolo ha le dimensioni che sono rispettivamente $\frac{7}{6}$ e $\frac{5}{8}$ del lato del rombo avente il perimetro di 192 cm. Calcolate il perimetro del rettangolo. [172 cm]

Il perimetro di un parallelogrammo è di 112 dm ed un lato è $\frac{3}{4}$ del suo consecutivo. Calcolate la misura di ciascun lato. [32 dm; 24 dm]

Un trapezio $ABCD$, di base maggiore AB, è diviso dalla diagonale AC nel triangolo rettangolo ACB (rettangolo in C) e nel triangolo isoscele ACD (di base AD). Sapendo che l'angolo $\widehat{B}$ misura 42°, calcolate l'ampiezza di ciascuno degli altri angoli del trapezio.
[$\widehat{A} = 114°$; $\widehat{C} = 138°$; $\widehat{D} = 66°$]



Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

Di quanto diminuisce il perimetro di un rettangolo, se le sue dimensioni diminuiscono ciascuna di 3 cm? E di quanto aumenta, se le sue dimensioni aumentano ciascuna di 2 cm? [12 cm; 8 cm]

Il perimetro di un rettangolo è di 144 dm e la base è tripla dell'altezza. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo. [54 dm; 18 dm]

Segnate quali dei seguenti quadrilateri hanno le diagonali congruenti:

trapezio isoscele	☐	rettangolo	☐
trapezio rettangolo	☐	rombo	☐
trapezio scaleno	☐	quadrato	☐

Segnate quali dei seguenti quadrilateri hanno quattro angoli retti:

trapezio isoscele	☐	rettangolo	☐
trapezio rettangolo	☐	rombo	☐
trapezio scaleno	☐	quadrato	☐

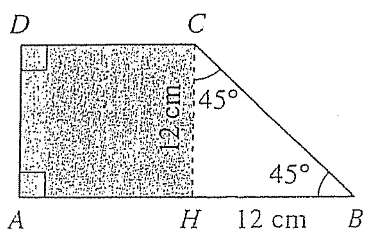
Segnate quali dei seguenti quadrilateri hanno tutti i lati congruenti:

trapezio isoscele	☐	rettangolo	☐
trapezio rettangolo	☐	rombo	☐
trapezio scaleno	☐	quadrato	☐

La base e l'altezza di un rettangolo misurano rispettivamente 31 cm e 12 cm. Un segmento parallelo all'altezza divide il rettangolo in un quadrato ed in un altro rettangolo. Calcolate il perimetro del quadrato e quello del rettangolo così ottenuti. [48 cm; 62 cm]

Il perimetro di un quadrato è di 144 cm. Dividete un suo lato in modo da ottenere tre segmenti la cui lunghezza sia $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$ rispettivamente della lunghezza del lato. Per i punti di divisione tracciate i segmenti perpendicolari al lato, in modo da scomporre il quadrato in tre rettangoli. Calcolate il perimetro di ciascuno dei tre rettangoli. [90 cm; 96 cm; 102 cm]

Un trapezio rettangolo ha la base maggiore di 25 cm, l'altezza di 12 cm ed un angolo di 45°. Calcolate la misura della base minore. [13 cm]
(Il triangolo CHB *è rettangolo ed isoscele, per cui risulta* CH = HB = 12 cm. *Sottraendo da* AB *il segmento* HB...).



296 Un trapezio isoscele ed un rettangolo hanno il perimetro di 240 cm. I lati obliqui del trapezio misurano ciascuno 48 cm e la base maggiore $\frac{5}{4}$ della base minore. Calcolate la misura dell'altezza del rettangolo, sapendo che la sua base è congruente alla base maggiore del trapezio. [40 cm]

297 La somma dei lati obliqui di un trapezio scaleno è di 42 cm ed uno di essi è $\frac{3}{4}$ dell'altro. La base maggiore e la base minore sono rispettivamente $\frac{5}{3}$ del lato obliquo maggiore e del lato obliquo minore. Calcolate:

a) il perimetro del trapezio;
b) la misura del lato del quadrato avente il perimetro congruente a quello del trapezio;
c) il perimetro del rettangolo avente la base e l'altezza rispettivamente congruenti alla base maggiore ed alla base minore del trapezio. [112 cm; 28 cm; 140 cm]

Teoria da pag. 58 a pag. 73

5

298 La differenza delle diagonali di un rombo è di 12 cm e la diagonale maggiore è $\frac{4}{3}$ dell'altra. Calcolate:

a) il perimetro del quadrato avente il lato congruente alla diagonale minore del rombo;
b) il perimetro di un rettangolo, sapendo che le sue dimensioni superano rispettivamente di 3 cm le misure delle diagonali del rombo;
c) la misura di ciascuno dei lati obliqui di un trapezio isoscele avente il perimetro di 132 cm e le basi rispettivamente congruenti alle diagonali del rombo.

[144 cm; 180 cm; 24 cm]

299 In un rombo l'ampiezza di un angolo acuto è $\frac{2}{3}$ dell'ampiezza di un angolo ottuso. Dal vertice di un angolo ottuso conducete la perpendicolare ad un lato che divide il rombo in un triangolo ed in un trapezio rettangolo. Calcolate l'ampiezza degli angoli di ciascuno dei due poligoni. [18°; 72°; 90° e 72°; 90°; 90°; 108°]

300 Un rettangolo ed un trapezio isoscele hanno lo stesso perimetro. Le basi del trapezio hanno per differenza un segmento lungo 12 cm e sono l'una $\frac{4}{3}$ dell'altra; ciascun lato obliquo misura 10 cm. Calcolate la misura delle dimensioni del rettangolo, sapendo che una di esse è $\frac{7}{6}$ dell'altra.

[28 cm; 24 cm]

TERZA PARTE

GLOSSARIO

Glossario

Il numero tra parentesi quadre indica il riferimento al capitolo.

ADDIZIONE DI ANGOLI. [2] Operazione con la quale si determina la somma di due o più angoli.

ADDIZIONE DI SEGMENTI. [1] Operazione con la quale si determina la somma di due o più segmenti.

ALTEZZA DI UNA STRISCIA. [3] Vedi **Striscia**.

ALTEZZA DI UN TRIANGOLO RELATIVA AD UN LATO. [4] Segmento di perpendicolare alla retta cui appartiene il lato, condotto per il vertice opposto. Il lato si chiama **base**.

ANGOLI ADIACENTI. [2] Angoli consecutivi i cui lati non comuni sono semirette opposte.

ANGOLI COMPLEMENTARI. [2] Angoli la cui somma è un angolo retto.

ANGOLI CONSECUTIVI. [2] Angoli che hanno in comune soltanto il vertice ed un lato.

ANGOLI ESPLEMENTARI. [2] Angoli la cui somma è un angolo giro.

ANGOLI OPPOSTI AL VERTICE. [2] Angoli tali che i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro.

ANGOLI OPPOSTI DI UN QUADRILATERO. [5] Angoli i cui vertici sono vertici opposti.

ANGOLO. [2] Ciascuna delle due parti in cui un piano risulta diviso da due semirette aventi l'origine in comune. Le due semirette si dicono **lati dell'angolo** e la loro origine comune si dice **vertice dell'angolo**.

Oppure (*altra definizione*):

l'angolo è la parte di piano descritta da una semiretta che ruota intorno alla sua origine.

ANGOLO ACUTO. [2] Angolo minore di un angolo retto.

ANGOLO AL CENTRO. [6] Ogni angolo avente il vertice nel centro di una circonferenza.

ANGOLO ALLA CIRCONFERENZA. [6] Ogni angolo avente il vertice in un punto della circonferenza ed i lati passanti per altri due punti della circonferenza stessa.

ANGOLO CONCAVO. [2] Angolo che contiene i prolungamenti dei suoi lati.

ANGOLO CONVESSO. [2] Angolo che non contiene i prolungamenti dei suoi lati.

ANGOLO DI UN POLIGONO. [5] Vedi **Angolo interno di un poligono**.

ANGOLO ESTERNO DI UN POLIGONO. [5] Ogni angolo adiacente ad un angolo interno del poligono.

ANGOLO GIRO. [2] Angolo descritto da una semiretta che ruota intorno alla sua origine fino a sovrapporsi a se stessa.

ANGOLO INTERNO DI UN POLIGONO o semplicemente **Angolo di un poligono.** [5] Ogni angolo formato da due lati consecutivi del poligono.

ANGOLO OTTUSO. [2] Angolo maggiore di un angolo retto.

ANGOLO PIATTO. [2] Angolo i cui lati sono semirette opposte.

ANGOLO RETTO. [2] Metà di un angolo piatto.

APOTEMA DI UN POLIGONO CIRCOSCRITTO AD UNA CIRCONFERENZA. [8] Distanza fra il centro ed uno qualunque dei lati e cioè il raggio della circonferenza inscritta.

ARCO. [6] Vedi **Arco di circonferenza.**

ARCO DI CIRCONFERENZA o semplicemente **Arco.** [6] Ciascuna delle due parti in cui una circonferenza risulta divisa da due suoi punti che si dicono **estremi dell'arco** e che si considerano appartenenti all'arco stesso.

ASSE DI SIMMETRIA. [9] Vedi **Punti simmetrici rispetto ad una retta**.

ASSE DI UN TRIANGOLO RELATIVO AD UN LATO. [4] Retta perpendicolare al lato nel suo punto medio.

BARICENTRO DI UN TRIANGOLO. [4] Punto di intersezione delle tre mediane.

BASE DI UN TRIANGOLO. [4] Vedi **Altezza di un triangolo relativa ad un lato**.

BISETTRICE DI UN ANGOLO. [2] Semiretta che divide l'angolo in due angoli congruenti.

BISETTRICE DI UN TRIANGOLO RELATIVA AD UN ANGOLO. [4] Segmento di bisettrice dell'angolo che ha per estremi il vertice dell'angolo ed il punto di intersezione con il lato opposto.

CENTRO DI UNA CIRCONFERENZA. [6] Vedi **Circonferenza.**

CENTRO DI SIMMETRIA. [9] Vedi **Punti simmetrici rispetto ad un punto.**

CERCHIO. [6] Parte di piano costituita dai punti di una circonferenza e dai punti interni ad essa.

CIRCOCENTRO DI UN POLIGONO INSCRITTO IN UNA CIRCONFERENZA. [8] Centro della circonferenza circoscritta al poligono.

CIRCOCENTRO DI UN TRIANGOLO. [4] Punto di intersezione dei tre assi.

CIRCONFERENZA. [6] Linea piana chiusa costituita dall'insieme dei punti aventi la stessa distanza da un punto chiamato **centro**.

CIRCONFERENZA CIRCOSCRITTA AD UN POLIGONO. [8] Vedi **Poligono inscritto in una circonferenza.**

CIRCONFERENZA INSCRITTA IN UN POLIGONO. [8] Vedi **Poligono circoscritto ad una circonferenza.**

CONCETTO PRIMITIVO. [1] Concetto che si suppone conosciuto da tutti e che quindi non si può definire.

CORDA DI UNA CIRCONFERENZA. [6] Ogni segmento che unisce due punti di una circonferenza.

COSTRUZIONE GEOMETRICA. [7] Problema grafico in cui, essendo noti alcuni elementi geometrici (detti dati), si chiede di determinarne altri (detti incognite) che abbiano determinate relazioni con i primi.

CRITERI DI CONGRUENZA DEI TRIANGOLI. [4] Regole che consentono di stabilire la congruenza di due triangoli quando essi hanno rispettivamente congruenti tre soli elementi (fra lati ed angoli) opportunamente scelti.

DIAGONALE DI UN POLIGONO. [5] Ogni segmento che unisce due vertici non consecutivi del poligono.

DIAMETRO DI UNA CIRCONFERENZA. [6] Ogni corda passante per il centro.

DIFFERENZA FRA DUE ANGOLI. [2] Differenza fra un angolo ed un altro, che non sia maggiore del primo, è quel terzo angolo che addizionato al secondo dà per somma il primo.

DIFFERENZA FRA DUE SEGMENTI, ESSENDO IL PRIMO NON MINORE DEL SECONDO. [1] Quel terzo segmento che si deve addizionare al secondo per ottenere il primo.

DIREZIONE. [3] Proprietà comune a due o più rette parallele.

DISTANZA FRA DUE PUNTI. [1] Segmento avente tali punti come estremi.

DISTANZA FRA DUE RETTE PARALLELE. [3] Segmento di perpendicolare condotto per un punto qualsiasi di una delle rette all'altra.

DISTANZA FRA UN PUNTO ED UNA RETTA. [3] Segmento di perpendicolare condotto per il punto alla retta.

ESTREMI DI UN ARCO. [6] Vedi **Arco di circonferenza.**

FIGURE DIRETTAMENTE CONGRUENTI. [9] Figure che si possono far coincidere muovendole nel piano in cui si trovano.

FIGURE GEOMETRICHE CONGRUENTI. [1] Figure che si possono far coincidere mediante un movimento.

FIGURE INVERSAMENTE CONGRUENTI. [9] Figure che non si possono far coincidere muovendole nel piano in cui si trovano.

FIGURE SIMMETRICHE RISPETTO AD UN ASSE DI SIMMETRIA. [9] Figure tali che ogni punto dell'una è simmetrico di un punto dell'altra rispetto allo stesso asse e viceversa.

FIGURE SIMMETRICHE RISPETTO AD UN CENTRO DI SIMMETRIA. [9] Figure tali che ogni punto dell'una è simmetrico di un punto dell'altra rispetto a tale centro e viceversa.

GEOMETRIA. [1] Scienza che studia la forma e l'estensione dei corpi.

GEOMETRIA EUCLIDEA. [3] Geometria che accetta il postulato di Euclide.

GEOMETRIA PIANA. [1] Studia le figure piane.

GEOMETRIA SOLIDA. [1] Studia le figure solide.

GEOMETRIE NON EUCLIDEE. [3] Geometrie che non accettano il postulato di Euclide.

GRADO. [2] Unità fondamentale di misura degli angoli che equivale alla 360ª parte dell'angolo giro.

INCENTRO DI UN POLIGONO CIRCOSCRITTO AD UNA CIRCONFERENZA. [8] Centro della circonferenza inscritta nel poligono.

INCENTRO DI UN TRIANGOLO. [4] Punto di intersezione delle tre bisettrici.

LATI DI UN ANGOLO. [2] Vedi **Angolo**.

LATI DI UNA STRISCIA. [3] Vedi **Striscia**.

LATI OPPOSTI DI UN QUADRILATERO. [6] Sono due lati non consecutivi del quadrilatero.

LATO ED ANGOLI OPPOSTI DI UN TRIANGOLO. [4] Un lato ed un angolo di un triangolo si dicono opposti se il vertice di tale angolo non appartiene al lato considerato.

LATO E VERTICE OPPOSTI DI UN TRIANGOLO. [4] Un lato ed un vertice di un triangolo si dicono opposti se il lato non contiene il vertice considerato.

MEDIANA DI UN TRIANGOLO RELATIVA AD UN LATO. [4] Segmento che unisce il punto medio del lato con il vertice opposto.

MISURARE LA LUNGHEZZA DI UN SEGMENTO [1] o semplicemente **Misurare una lunghezza** significa confrontarla con un'altra lunghezza scelta come unità di misura e stabilire quante volte quest'ultima è contenuta nella prima.

MISURARE L'AMPIEZZA DI UN ANGOLO [2] o semplicemente **Misurare un angolo** significa confrontarlo con un altro angolo scelto come unità di misura e stabilire quante volte quest'ultimo è contenuto nel primo.

MISURARE L'AREA DI UNA SUPERFICIE [10] o semplicemente **Misurare un'area** significa confrontarla con un'altra area scelta come unità di misura e stabilire quante volte quest'ultima è contenuta nella prima.

MISURARE UNA LUNGHEZZA. [1] Vedi **Misurare la lunghezza di un segmento**.

MISURARE UN ANGOLO. [2] Vedi **Misurare l'ampiezza di un angolo**.

MISURARE UN'AREA. [10] Vedi **Misurare l'area di una superficie**.

MOVIMENTO RIGIDO. [9] Movimento che modifica la posizione di una figura senza deformarla.

MULTIPLO DI UN ANGOLO. [2] Angolo che è congruente alla somma di 2, 3, 4, ... angoli di un angolo dato.

MULTIPLO DI UN SEGMENTO. [1] Segmento che è congruente alla somma di 2, 3, 4, ... segmenti di un segmento dato.

PARALLELOGRAMMO. [6] Ogni quadrilatero avente i lati opposti paralleli.

PERIMETRO DI UN POLIGONO. [6] Somma dei suoi lati.

POLIGONO. [6] Parte finita di piano limitata da una spezzata chiusa che si considera appartenente al poligono.

POLIGONO CIRCOSCRITTO AD UNA CIRCONFERENZA. [8] Poligono i cui lati sono tutti tangenti alla circonferenza. La circonferenza si dice **inscritta** nel poligono.

POLIGONO CONCAVO. [6] Poligono che è attraversato dalle rette di qualche suo lato.

POLIGONO CONVESSO. [6] Poligono che si trova da una stessa parte rispetto a ciascuna delle rette cui appartiene un suo lato.

POLIGONO EQUIANGOLO. [6] Poligono avente tutti gli angoli congruenti.

POLIGONO EQUILATERO. [6] Poligono avente tutti i lati congruenti.

POLIGONO INSCRITTO IN UNA CIRCONFERENZA. [8] Poligono i cui vertici sono tutti punti della circonferenza. La circonferenza si dice **circoscritta** al poligono.

POLIGONO REGOLARE. [6] Poligono avente tutti i lati congruenti e tutti gli angoli congruenti.

POSTULATO. [3] Proposizione che non si può dimostrare e che si chiede venga ammessa come nota.

PROIEZIONE DI UN PUNTO SU UNA RETTA. [3] Punto di intersezione della perpendicolare condotta per il punto alla retta.

PROIEZIONE DI UN SEGMENTO SU UNA RETTA. [3] Segmento che ha per estremi le proiezioni degli estremi del segmento dato sulla retta.

PUNTI DIAMETRALMENTE OPPOSTI DI UNA CIRCONFERENZA. [6] Estremi di uno stesso diametro.

PUNTI SIMMETRICI RISPETTO AD UNA RETTA. [9] Due punti A ed A' si dicono simmetrici rispetto ad una retta (detta **asse di simmetria**) se tale retta è perpendicolare al segmento AA' nel suo punto medio, ossia se è l'asse del segmento AA'.

PUNTI SIMMETRICI RISPETTO AD UN PUNTO. [9] Due punti A ed A' si dicono simmetrici rispetto ad un punto O (detto **centro di simmetria**) se tale punto è il punto medio del segmento AA' che li unisce.

PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO. [1] Punto che divide il segmento in due segmenti congruenti.

QUADRATO. [6] Ogni parallelogrammo avente tutti i lati congruenti e tutti gli angoli congruenti, quindi retti.

QUADRILATERO o **quandrangolo.** [6] Ogni poligono avente quattro lati.

RAGGIO DI UNA CIRCONFERENZA. [6] Distanza fra un punto qualunque della circonferenza ed il centro.

RAGGIO DI UN POLIGONO INSCRITTO IN UNA CIRCONFERENZA. [8] Distanza fra il centro ed uno qualunque dei vertici e cioè il raggio della circonferenza circoscritta.

RETTANGOLO. [6] Ogni parallelogrammo avente tutti gli angoli retti. Due lati consecutivi si dicono **dimensioni** del rettangolo. Assumendo una dimensione come **base**, l'altra dimensione è l'altezza.

RETTE COINCIDENTI. [3] Rette tali che ogni punto dell'una coincide con un punto dell'altra.

RETTE INCIDENTI. [3] Rette che hanno un solo punto in comune.

RETTE PARALLELE. [3] Rette appartenenti ad uno stesso piano e non aventi alcun punto in comune.

RETTE PERPENDICOLARI. [3] Rette che dividono il piano in quattro angoli retti.

RIBALTAMENTO. [9] Movimento inverso individuato dall'asse.

ROMBO. [6] Ogni parallelogrammo avente tutti i lati congruenti.

ROTAZIONE. [9] Movimento diretto individuato da centro, ampiezza e verso.

SEGMENTI ADIACENTI. [1] Segmenti consecutivi ed appartenenti ad una stessa retta.

SEGMENTI COINCIDENTI. [1] Segmenti aventi entrambi gli estremi in comune e quindi tutti i loro punti in comune.

SEGMENTI CONGRUENTI. [1] Segmenti che si possono disporre in modo che i loro estremi coincidano.

SEGMENTI CONSECUTIVI. [1] Segmenti aventi in comune un estremo e nessun altro punto.

SEGMENTO. [1] Parte di retta limitata da due suoi punti che si dicono estremi del segmento ed appartengono al segmento stesso.

SEGMENTO CIRCOLARE A DUE BASI. [6] Parte di un cerchio limitata da due sue corde parallele che si considerano appartenenti al segmento.

SEGMENTO CIRCOLARE AD UNA BASE. [6] Ciascuna delle due parti in cui un cerchio risulta diviso da una sua corda che si considera appartenente al segmento.

SEMICIRCONFERENZA. [6] Ciascuno dei due archi congruenti in cui una circonferenza risulta divisa da un suo diametro.

SEMIRETTA. [1] Ciascuna delle due parti in cui una retta risulta divisa da un suo punto. Le due semirette si dicono opposte.

SEMIRETTE OPPOSTE. [1] Vedi **Semiretta**.

SETTORE CIRCOLARE. [6] Ciascuna delle due parti in cui una retta risulta divisa da un suo punto. Le due semirette si dicono opposte.

SIMMETRIA ASSIALE. [9] Vedi **Simmetria rispetto ad una retta (asse di simmetria)**.

SIMMETRIA CENTRALE. [9] Vedi **Simmetria rispetto ad un punto (centro di simmetria)**.

SIMMETRIA RISPETTO AD UNA RETTA (ASSE DI SIMMETRIA) o **Simmetria assiale**. [9] Corrispondenza biunivoca che fa corrispondere ad ogni punto del piano il suo simmetrico rispetto all'asse.

SIMMETRIA RISPETTO AD UN PUNTO (CENTRO DI SIMMMETRIA) o **Simmetria centrale**. [9] Corrispondenza biunivoca che fa corrispondere ad ogni punto il suo simmetrico rispetto al centro.

SOMMA DI DUE ANGOLI CONSECUTIVI. [2] Angolo avente per lati i lati non comuni dei due angoli e contente il lato comune.

SOMMA DI DUE SEGMENTI ADIACENTI. [1] Segmento che ha per estremi gli estremi non comuni dei due segmenti dati.

SOTTOMULTIPLO DI UN ANGOLO. [2] Angolo che è congruente alla metà, alla terza parte, alla quarta parte, ... di un angolo dato.

SOTTOMULTIPLO DI UN SEGMENTO. [1] Segmento che è congruente alla metà, alla terza parte, alla quarta parte, ... di un segmento dato.

SOTTRAZIONE DI DUE ANGOLI. [2] Operazione con la quale si determina la differenza di due angoli.

SOTTRAZIONE DI DUE SEGMENTI. [1] Operazione con la quale si determina la differenza di due segmenti.

SPEZZATA. [1] Insieme di più segmenti a due a due consecutivi (ma non adiacenti) a condizione che un estremo non appartenga a più di due segmenti. I due segmenti si dicono **lati** e gli estremi si dicono **vertici** della spezzata. Una spezzata è **aperta** se ciascun vertice, fatta eccezione di due, è comune a due lati; è **chiusa** se ogni vertice è comune a due lati. Una spezzata è **intrecciata** se almeno due lati non consecutivi si intersecano; in caso contrario si dice **semplice**.

SPEZZATA APERTA. [1] Vedi **Spezzata**.

SPEZZATA CHIUSA. [1] Vedi **Spezzata**.

SPEZZATA INTRECCIATA. [1] Vedi **Spezzata**.

SPEZZATA SEMPLICE. [1] Vedi **Spezzata**.

STRISCIA. [3] Parte di piano limitata da due rette parallele che si dicono *lati della striscia* e che si considerano appartenenti alla striscia stessa. L'**altezza** della striscia è la distanza fra le due parallele.

TRAPEZIO. [5] Quadrilatero avente due lati opposti paralleli. I lati paralleli non congruenti si dicono **basi** (**base maggiore** e **base minore**), i lati non paralleli **lati obliqui** e la distanza fra le rette parallele passanti per le basi si dice **altezza** del trapezio.

TRAPEZIO ISOSCELE. [5] Trapezio avente i lati obliqui congruenti.

TRAPEZIO RETTANGOLO. [5] Trapezio avente un lato obliquo perpendicolare alle basi.

TRAPEZIO SCALENO. [5] Trapezio avente i lati obliqui non congruenti e non perpendicolari alle basi.

TRSFORMAZIONE GEOMETRICA. [9] Ogni procedimento che consente di ottenere da una data figura F un'altra figura F′, i cui punti sono legati a quelli della prima figura da una corrispondenza biunivoca. La figura F′ si dice **trasformata** o **corrispondente** della figura F nella trasformazione considerata.

TRASLAZIONE. [9] Movimento diretto individuato da un vettore.

TRASPORTO DI UN ANGOLO. [2] Consiste nel costruire un angolo congruente a quello dato, ma in una posizione diversa.

TRASVERSALE. [3] Date due rette di un piano, si dice trasversale una retta che le interseca entrambe.

TRIANGOLI CONGRUENTI. [4] Triangoli che si possono far coincidere mediante un movimento rigido.

TRIANGOLO. [4] È la parte di piano limitata da una spezzata chiusa di tre lati, che si considera appartenente al triangolo.

TRIANGOLO ACUTANGOLO. [4] Triangolo avente tutti e tre gli angoli acuti.

TRIANGOLO EQUILATERO. [4] Triangolo avente tutti e tre i lati congruenti.

TRIANGOLO ISOSCELE. [4] Triangolo avente due lati congruenti che si dicono **lati**. L'angolo formato dai due lati congreunti si dice **angolo al vertice** e gli altri angoli si dicono **angolo alla base**.

TRIANGOLO RETTANGOLO. [4] Triangolo avente un angolo retto. I lati che comprendono l'angolo retto si dicono **cateti** ed il lato opposto all'angolo retto si dice **ipotenusa**.

TRIANGOLO SCALENO. [4] Triangolo avente i tre lati non congruenti.

VERTICE DI UN ANGOLO. [2] Vedi **Angolo**.

VERTICI OPPOSTI DI UN QUADRILATERO. [5] Vertici non consecutivi di un quadrilatero cioè che non appartengono ad uno stesso lato.

VETTORE. [9] Segmento orientato caratterizzato dalla lunghezza, dalla direzione (la stessa della retta cui appartiene) e dal verso (indicato da una freccia).

BIBLIOGRAFIA

– MARISCOTTI, Mario et al. *Classe di Matematica per la scuola media. Geometria A.* Torino, Petrini Editore, 2004.

Prof Claudio Martin

4
+ 5
7
6
---
22 |4
5
3

3
+ 6
6
7
---
22 |4

+ 4
5
---
9 |2
4
+ 7
---
11 |2
5
+ 6
---
10 |2
5
+ 9
---
19 |2
7

4
+ 5
7
6
6
---
28 |5
5
3